ТЕМА: «ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ»

|  |  |
| --- | --- |
| **Дуга окружности****Дуга окружности** – часть окружности между двумя точками окружности.**Обозначение: ∪АВ**Дуга между концами диаметра – **полуокружность**. |  |
| **Центральный угол**:∠АОВ – центральный угол (вершина в центре окружности);**Градусная мера длины окружности:**∪АВ = ∠АОВ (дуга меньше полуокружности),∪АМВ = 360° - ∠АОВ (дуга больше полуокружности).Вся окружность составляет 360°.Величина полуокружности составляет 180°. |  |
| **Вписанный угол:**∠АМВ – вписанный угол (вершина лежит на окружности);∠АМВ опирается на ∪АВ.**Градусная мера вписанного угла** – вписанный угол равен половине градусной меры дуги, на которую он опирается:∠АМВ = $\frac{1}{2}$ ∪АВ = $\frac{1}{2}$∠АОВ. |  |
| **Следствие 1**Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.∠1 = ∠2 = ∠3 = ∠4 = ∠5 = …. = $\frac{1}{2}$ ∪АВ. |  |
| **Следствие 2** Вписанные углы, опирающиеся на полуокружность – прямые. |  |
| **Пример 1. По данным рисунка найдите *х*.** |
| Дано: Окр. (О; r);∠MSN = 40°. |  |
| Найти: ∪SN - ? |
| **Решение:****1)** ∠MSN – вписанный ⇒ ∪MN = 2∠MSN = 80° (по теореме о вписанном угле);**2**) ∪SM = 180° (полуокружность);**3)** ∪SM + ∪SN + ∪MN = 360° (эти дуги составляют окружность);∪SN = 360° - ∪SM - ∪MN = 360° - 180° - 80° = 100°.Ответ: ∪SN = 100°. |

|  |
| --- |
| **Пример 2. По данным рисунка найдите *х*.** |
| Дано: Окр. (О; r);∪MN = 124°;∪КN = 180°. |  |
| Найти: ∠MNK - ? |
| **Решение:****1)** ∪NK + ∪MK + ∪MN = 360° (эти дуги составляют окружность) ⇒∪MK = 360° - ∪NK - ∪MN = 360° - 180° - 124° = 56°;**2)** ∠MNK = $\frac{1}{2}$∪MK = 56° : 2 = 28° (по теореме о вписанном угле).Ответ: ∠MNK = 28°. |
| **Пример 3. По данным рисунка найти ∪ВСК.** |
| Дано: Окр. (О; r);∠АКВ = 65°;∠1 = ∠2. |  |
| Найти: ∪ВСК - ? |
| **Решение:****1)** ∠АКВ = ∠АСВ = $\frac{1}{2}$ ∪АВ = 65° (Следствие 1 из теоремы о вписанном угле);**2)** АС – диаметр ⇒ ∪АКС – полуокружность ⇒ ∠АВС = 90° (Следствие 2 из теоремы о вписанном угле) ⇒ ΔАВС – прямоугольный ⇒ ∠2 + ∠С = 90°(свойство острых углов прямоугольного треугольника), ∠2 = 90° - 65° = 25°.**3)** ∠2 = ∠1 = 25° ⇒ ∠ВАК = 50°.**4)** ∠ВАК – вписанный ⇒ ∠ВАК = $\frac{1}{2}$ ∪ВСК (по теореме о вписанном угле) ⇒ ∪ВСК = 100°.Ответ: ∪ВСК = 100°. |
| **Пример 4. По данным рисунка найдите ∠BAD и ∠BDA, если ∪BD = 110°.** |
| Дано: Окр. (О; r);АВ – касат-я;AD – секущая;О ∈ AD;∪BD = 110°. |   |
| Найти: ∠BAD, ∠BDA - ? |
| **Решение:****1)** Проведём хорды ВК и BD, радиус ОВ; **2)** ∠ВКD – вписанный ⇒ ∠ВКD = $\frac{1}{2}$ ∪ВD = 55°;**3)** DK – диаметр ⇒ ∠DBK = 90° (Следствие 2 из теоремы о вписанном угле) ⇒ ∠BDK + ∠BKD = 90° (ΔDBK – прямоугольный) ⇒ ∠BDK = 90° - 55° = 35°. ∠BDK = ∠BDA = 35°;**4)** ∠BDK – вписанный ⇒ ∠BDK = $\frac{1}{2}$ ∪ВК ⇒ ∪ВК = 2∠BDK = 70° ⇒ ∠ВОК = ∪ВК = 70° (центральный угол, опирается на ∪ВК);**5)** АВ – касательная к Окр. (О; ОВ) ⇒ ОВ ⊥ АВ (по свойству касательной) ⇒ ΔОВА – прямоугольный ⇒ ∠ВОА + ∠ВАО = 90° (свойство острых углов прямоугольного треугольника) ⇒ ∠ВАО = 90° - 70° = 20°; ∠ВАО = ∠BAD = 20°.**Ответ:** ∠BDA = 35°; ∠BAD = 20°. |

**Задачи для самостоятельного решения:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
| **Свойство касательной и секущей**Квадрат расстояния от точки, из которой проведена касательная до точки касания, равен произведению секущей на её внешнюю часть:АВ2 = AC ⋅ AD |  |
| **Свойство отрезков пересекающихся хорд**Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.CN ⋅ ND = AN ⋅ NB |  |
| **Пример 5. По данным рисунка найдите СN и ND, если СD = 24 см, AN = 16 см, NB = 9 см.** |
| Дано: Окр. (О; r);СD = 24 см, AN = 16 см, NB = 9 см. |  |
| Найти: СN, ND - ? |
| Решение:**1)** Пусть DN = СD – СN = 24 - СN.**2)** CN ⋅ ND = AN ⋅ NB (по теореме о пересекающихся хордах) ⇒ CN ⋅ (24 – СN) = 16 ⋅ 9;24CN – CN2 = 144;CN2 - 24CN + 144 = 0;(CN – 12)2 = 0;CN = 12 (см); **3)** DN = 24 – 12 = 12 (см).**Ответ:** CN = 12 см; DN = 12 см. |
| **Задачи для самостоятельного решения:** |
|  |  |