ТЕМА: «ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Дуга окружности**  **Дуга окружности** – часть окружности между двумя точками окружности.  **Обозначение: ∪АВ**  Дуга между концами диаметра – **полуокружность**. | |  |
| **Центральный угол**:  ∠АОВ – центральный угол (вершина в центре окружности);  **Градусная мера длины окружности:**  ∪АВ = ∠АОВ (дуга меньше полуокружности),  ∪АМВ = 360° - ∠АОВ (дуга больше полуокружности).  Вся окружность составляет 360°.  Величина полуокружности составляет 180°. | |  |
| **Вписанный угол:**  ∠АМВ – вписанный угол (вершина лежит на окружности);  ∠АМВ опирается на ∪АВ.  **Градусная мера вписанного угла** – вписанный угол равен половине градусной меры дуги, на которую он опирается:  ∠АМВ = ∪АВ = ∠АОВ. | |  |
| **Следствие 1**  Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.  ∠1 = ∠2 = ∠3 = ∠4 = ∠5 = …. = ∪АВ. | |  |
| **Следствие 2**  Вписанные углы, опирающиеся на полуокружность – прямые. | |  |
| **Пример 1. По данным рисунка найдите *х*.** | | |
| Дано: Окр. (О; r);  ∠MSN = 40°. |  | |
| Найти: ∪SN - ? |
| **Решение:**  **1)** ∠MSN – вписанный ⇒ ∪MN = 2∠MSN = 80° (по теореме о вписанном угле);  **2**) ∪SM = 180° (полуокружность);  **3)** ∪SM + ∪SN + ∪MN = 360° (эти дуги составляют окружность);  ∪SN = 360° - ∪SM - ∪MN = 360° - 180° - 80° = 100°.  Ответ: ∪SN = 100°. | | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Пример 2. По данным рисунка найдите *х*.** | | | |
| Дано: Окр. (О; r);  ∪MN = 124°;  ∪КN = 180°. | |  | |
| Найти: ∠MNK - ? | |
| **Решение:**  **1)** ∪NK + ∪MK + ∪MN = 360° (эти дуги составляют окружность) ⇒  ∪MK = 360° - ∪NK - ∪MN = 360° - 180° - 124° = 56°;  **2)** ∠MNK = ∪MK = 56° : 2 = 28° (по теореме о вписанном угле).  Ответ: ∠MNK = 28°. | | | |
| **Пример 3. По данным рисунка найти ∪ВСК.** | | | |
| Дано: Окр. (О; r);  ∠АКВ = 65°;  ∠1 = ∠2. |  | | |
| Найти: ∪ВСК - ? |
| **Решение:**  **1)** ∠АКВ = ∠АСВ = ∪АВ = 65° (Следствие 1 из теоремы о вписанном угле);  **2)** АС – диаметр ⇒ ∪АКС – полуокружность ⇒ ∠АВС = 90° (Следствие 2 из теоремы о вписанном угле) ⇒ ΔАВС – прямоугольный ⇒ ∠2 + ∠С = 90°(свойство острых углов прямоугольного треугольника), ∠2 = 90° - 65° = 25°.  **3)** ∠2 = ∠1 = 25° ⇒ ∠ВАК = 50°.  **4)** ∠ВАК – вписанный ⇒ ∠ВАК = ∪ВСК (по теореме о вписанном угле) ⇒ ∪ВСК = 100°.  Ответ: ∪ВСК = 100°. | | | |
| **Пример 4. По данным рисунка найдите ∠BAD и ∠BDA, если ∪BD = 110°.** | | | |
| Дано: Окр. (О; r);  АВ – касат-я;  AD – секущая;  О ∈ AD;  ∪BD = 110°. | | |  |
| Найти: ∠BAD, ∠BDA - ? | | |
| **Решение:**  **1)** Проведём хорды ВК и BD, радиус ОВ;  **2)** ∠ВКD – вписанный ⇒ ∠ВКD = ∪ВD = 55°;  **3)** DK – диаметр ⇒ ∠DBK = 90° (Следствие 2 из теоремы о вписанном угле) ⇒ ∠BDK + ∠BKD = 90° (ΔDBK – прямоугольный) ⇒ ∠BDK = 90° - 55° = 35°. ∠BDK = ∠BDA = 35°;  **4)** ∠BDK – вписанный ⇒ ∠BDK = ∪ВК ⇒ ∪ВК = 2∠BDK = 70° ⇒ ∠ВОК = ∪ВК = 70° (центральный угол, опирается на ∪ВК);  **5)** АВ – касательная к Окр. (О; ОВ) ⇒ ОВ ⊥ АВ (по свойству касательной) ⇒  ΔОВА – прямоугольный ⇒ ∠ВОА + ∠ВАО = 90° (свойство острых углов прямоугольного треугольника) ⇒ ∠ВАО = 90° - 70° = 20°;  ∠ВАО = ∠BAD = 20°.  **Ответ:** ∠BDA = 35°; ∠BAD = 20°. | | | |

**Задачи для самостоятельного решения:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  | | |  |
|  | |  | | |  |
| **Свойство касательной и секущей**  Квадрат расстояния от точки, из которой проведена касательная до точки касания, равен произведению секущей на её внешнюю часть:  АВ2 = AC ⋅ AD | | | |  | |
| **Свойство отрезков пересекающихся хорд**  Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.  CN ⋅ ND = AN ⋅ NB | | | |  | |
| **Пример 5. По данным рисунка найдите СN и ND, если СD = 24 см, AN = 16 см, NB = 9 см.** | | | | | |
| Дано: Окр. (О; r);  СD = 24 см,  AN = 16 см,  NB = 9 см. |  | | | | |
| Найти: СN, ND - ? |
| Решение:  **1)** Пусть DN = СD – СN = 24 - СN.  **2)** CN ⋅ ND = AN ⋅ NB (по теореме о пересекающихся хордах) ⇒  CN ⋅ (24 – СN) = 16 ⋅ 9;  24CN – CN2 = 144;  CN2 - 24CN + 144 = 0;  (CN – 12)2 = 0;  CN = 12 (см);  **3)** DN = 24 – 12 = 12 (см).  **Ответ:** CN = 12 см; DN = 12 см. | | | | | |
| **Задачи для самостоятельного решения:** | | | | | |
|  | | |  | | |