ТЕМА: «ЧЕТЫРЕ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ ТРЕУГОЛЬНИКА»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Свойства биссектрисы угла  Все точки биссектрисы угла равноудалены от сторон этого угла. | |  |
| Свойства серединного перпендикуляра к отрезку  Все точки серединного перпендикуляра к отрезку равноудалены от концов этого отрезка. | |  |
| Четыре замечательные точки треугольника  1) Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2 : 1, считая от вершины;  2) Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке;  3) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке;  4) Высоты треугольника (или их продолжения) пересекаются в одной точке. | | Найдите соответствующие точки, построив указанные элементы треугольника:  1) 2)  3) 4) |
| **Пример 1. По данным рисунка найдите площадь треугольника BOQ, если QM = 9, BT = 12.** | | |
| Дано: ΔBQR;  QM, BT – медианы;  QM⊥BT;  QM = 9,  BT = 12. |  | |
| Найти: SBOQ - ? |
| **Решение:**  **1)** QM, BT – медианы ⇒ QO : OM = BO : OT = 2 : 1 (по свойству медиан треугольника);  **2)** QO : OM = 2 : 1, QM = 9 ⇒ QO = 2OM, QM = 3OM ⇒  OM = 9 : 3 = 3, QO = 9 – 3 = 6;  **3)** BO : OT = 2 : 1, BT = 12 ⇒ BO = 2OT, BT = 3OT ⇒  OT = 12 : 3 = 4, BO = 12 – 4 = 8;  **4)** QM⊥BT ⇒ ΔBOQ – прямоугольный ⇒ SBOQ = (по формуле площади прямоугольного треугольника).  **Ответ:** SBOQ = 24. | | |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Пример 2. По данным рисунка найдите угол FNO, если угол MKN = 66°.** | | | | | |
| Дано: ΔKMN;  KE, MF – высоты;  ∠MKN = 66°. | | | Р | | |
| Найти: ∠FNO - ? | | |
| **Решение:**  **1)** Продолжим NO до пересечения со стороной КМ. КМ∩NO = Р;  **2)** О – точка пересечения высот ⇒ NP – высота ΔKMN ⇒ NP⊥КМ ⇒ ΔKPM – прямоугольный;  **3)** ΔKPM – прямоугольный ⇒ ∠РKN + ∠КNР = 90° (по свойству острых углов прямоугольного треугольника);  ∠КNР = 90° - ∠РKN = 90° - 66° = 24°;  ∠КNР = ∠FNO = 24°.  Ответ: ∠FNO = 24°. | | | | | |
| **Пример 3. По данным рисунка найдите ОК, если RO = 20.** | | | | | |
| Дано: ΔPRQ;  OM, ON – серед. перп.;  ∠OPK = 30°;  RO = 20. | |  | | | |
| Найти: ОК - ? | |
| **Решение:**  **1)** О – точка пересечения серединных перпендикуляров ⇒ ОК – серединный перпендикуляр (по свойству серединных перпендикуляров треугольника);  **2)** ОМ – серединный перпендикуляр ⇒ RO = PO = 20 (свойство серединного перпендикуляра к отрезку);  **3)** ОК – серединный перпендикуляр ⇒ ΔРОК – прямоугольный ⇒ ОК = (по свойству катета прямоугольного треугольника, лежащего против угла 30°).  **Ответ:** ОК = 10. | | | | | |
| **Пример 4. По данным рисунка найти угол МСВ1?** | | | | | |
| Дано: ΔАВС;  АА1, ВВ1 – бис-сы;  ∠АМВ = 128°. | С1 | | | | |
| Найти: ∠МСВ1 - ? |
| **Решение:**  **1)** Продлим СМ до пересечения с АВ, АВ∩СС1 = С1,  М – точка пересечения биссектрис треугольника ⇒ СС1 – биссектриса треугольника АВС (по свойству биссектрис треугольника);  **2)** РассмотримΔАВМ: ∠АМВ + ∠ВАМ + ∠АВМ = 180° ⇒ ∠ВАМ + ∠АВМ = 180° - 128° = 52°;  **3)** ВВ1, АА1 – биссектрисы ΔАВС ⇒ ∠А = 2∠ВАМ, ∠В = 2∠АВМ;  **4)** По теореме о сумме углов треугольника: ∠С = 180° - (∠А + ∠В) = 180° - (2∠ВАМ + 2∠АВМ) = 180° - 2(∠ВАМ + ∠АВМ) = 180° - 2 ⋅ 52° = 76°;  **5)** СС1 – биссектриса ∠С ⇒ ∠МСВ1 = ∠С : 2 = 38°.  **Ответ:** ∠МСВ1 = 38°. | | | | | |
| **Задачи для самостоятельного решения:** | | | | | |
|  | | | |  |  |