ТЕМА: «ЧЕТЫРЕ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ ТРЕУГОЛЬНИКА»

|  |  |
| --- | --- |
| Свойства биссектрисы углаВсе точки биссектрисы угла равноудалены от сторон этого угла. |  |
| Свойства серединного перпендикуляра к отрезкуВсе точки серединного перпендикуляра к отрезку равноудалены от концов этого отрезка. |  |
| Четыре замечательные точки треугольника1) Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2 : 1, считая от вершины;2) Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке;3) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке;4) Высоты треугольника (или их продолжения) пересекаются в одной точке. | Найдите соответствующие точки, построив указанные элементы треугольника:1) 2) 3) 4)  |
| **Пример 1. По данным рисунка найдите площадь треугольника BOQ, если QM = 9, BT = 12.** |
| Дано: ΔBQR;QM, BT – медианы;QM⊥BT;QM = 9, BT = 12. |  |
| Найти: SBOQ - ? |
| **Решение:****1)** QM, BT – медианы ⇒ QO : OM = BO : OT = 2 : 1 (по свойству медиан треугольника);**2)** QO : OM = 2 : 1, QM = 9 ⇒ QO = 2OM, QM = 3OM ⇒OM = 9 : 3 = 3, QO = 9 – 3 = 6;**3)** BO : OT = 2 : 1, BT = 12 ⇒ BO = 2OT, BT = 3OT ⇒OT = 12 : 3 = 4, BO = 12 – 4 = 8;**4)** QM⊥BT ⇒ ΔBOQ – прямоугольный ⇒ SBOQ = $\frac{1}{2}QO∙BO= \frac{1}{2}∙6∙8=24$ (по формуле площади прямоугольного треугольника).**Ответ:** SBOQ = 24. |

|  |
| --- |
| **Пример 2. По данным рисунка найдите угол FNO, если угол MKN = 66°.** |
| Дано: ΔKMN;KE, MF – высоты;∠MKN = 66°. | Р |
| Найти: ∠FNO - ?  |
| **Решение:****1)** Продолжим NO до пересечения со стороной КМ. КМ∩NO = Р;**2)** О – точка пересечения высот ⇒ NP – высота ΔKMN ⇒ NP⊥КМ ⇒ ΔKPM – прямоугольный;**3)** ΔKPM – прямоугольный ⇒ ∠РKN + ∠КNР = 90° (по свойству острых углов прямоугольного треугольника);∠КNР = 90° - ∠РKN = 90° - 66° = 24°;∠КNР = ∠FNO = 24°.Ответ: ∠FNO = 24°. |
| **Пример 3. По данным рисунка найдите ОК, если RO = 20.** |
| Дано: ΔPRQ;OM, ON – серед. перп.;∠OPK = 30°;RO = 20. |  |
| Найти: ОК - ? |
| **Решение:****1)** О – точка пересечения серединных перпендикуляров ⇒ ОК – серединный перпендикуляр (по свойству серединных перпендикуляров треугольника);**2)** ОМ – серединный перпендикуляр ⇒ RO = PO = 20 (свойство серединного перпендикуляра к отрезку);**3)** ОК – серединный перпендикуляр ⇒ ΔРОК – прямоугольный ⇒ ОК = $\frac{1}{2}РО= \frac{1}{2}∙20=10$ (по свойству катета прямоугольного треугольника, лежащего против угла 30°).**Ответ:** ОК = 10. |
| **Пример 4. По данным рисунка найти угол МСВ1?** |
| Дано: ΔАВС;АА1, ВВ1 – бис-сы;∠АМВ = 128°. | С1 |
| Найти: ∠МСВ1 - ? |
| **Решение:****1)** Продлим СМ до пересечения с АВ, АВ∩СС1 = С1, М – точка пересечения биссектрис треугольника ⇒ СС1 – биссектриса треугольника АВС (по свойству биссектрис треугольника);**2)** РассмотримΔАВМ: ∠АМВ + ∠ВАМ + ∠АВМ = 180° ⇒ ∠ВАМ + ∠АВМ = 180° - 128° = 52°;**3)** ВВ1, АА1 – биссектрисы ΔАВС ⇒ ∠А = 2∠ВАМ, ∠В = 2∠АВМ;**4)** По теореме о сумме углов треугольника: ∠С = 180° - (∠А + ∠В) = 180° - (2∠ВАМ + 2∠АВМ) = 180° - 2(∠ВАМ + ∠АВМ) = 180° - 2 ⋅ 52° = 76°;**5)** СС1 – биссектриса ∠С ⇒ ∠МСВ1 = ∠С : 2 = 38°.**Ответ:** ∠МСВ1 = 38°. |
| **Задачи для самостоятельного решения:** |
|  |  |  |