ТЕМА: «ПЛОЩАДЬ»

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Площадь многоугольника**  Величина той части плоскости, которую занимает многоугольник. За единицу измерения площади принимают квадрат со стороной 1 – 1 см2, 1 км2, 1 мм2 и т.д. | | | 1 см  1 см2 |
| **Свойства площадей**  1. Равные многоугольники имеют равные площади.  2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.  3. Площадь квадрата равна квадрату его стороны. | | |  |
| **Пример 1. По данным рисунка докажите, что SABCD = SAMD** | | | |
| Дано: АВСD – пар-мм  K ∈ BC  DC ∩ AK = M  DC = CM | |  | |
| Доказать: SABCD = SAMD | |
| **Доказательство:**  **1)** ABCD = ΔABK + AKCD ⇒ SABCD = SABK + SAKCD (по 2 св-ву площадей).  **2)** ΔAMD = ΔKMC + AKCD ⇒ SAMD = SKMC + SAKCD (по 2 св-ву площадей).  **3)** АВ = CD (по 1 св-ву пар-мма), СD = MC (по условию) ⇒ AB = MC.  **4)** AB||DC (по опред. паралл-ма), AM – секущая ⇒ ∠KMC = ∠KAB (н.л.у.); ВС – секущая ⇒∠KCM = ∠KBA (н.л.у.).  **5)** AB = MC, ∠KMC = ∠KAB, ∠KCM = ∠KBA ⇒ ΔABK = ΔKMC (по 2 признаку равенства треугольни-ков) ⇒ SABK = SKMC (по 1 св-ву площ.).  **6)** SABCD = SABK + SAKCD, SAMD = SKMC + SAKCD, SABK = SKMC ⇒ SABCD = SAMD. | | | |
| **Пример 2.**  **а) найдите площадь квадрата со стороной мм; б) найдите сторону квадрата, если его площадь составляет 675 м2.** | | | |
| Дано:  АВСD – квадрат  АВ = *а*  а) *а* = мм;  б) SABCD = 675 м2 |  | | |
| Найти:  а) SABCD  б) *а* |
| **а) Решение:**  SABCD = *а*2 ⇒ Sкв = = 169 ⋅ 5 = 845 (мм2).  **б) Решение:**  SABCD = *а*2 ⇒ *а* = = (м).  Ответ: а) SABCD = 845 мм2; б) *а* = м. | | | |
| **Площадь прямоугольника**  Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон. | | |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Пример 3. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 36 см и одна сторона в 2 раза больше другой.** | | | | | | | | |
| Дано: ABCD – прям-к  ВС = 2АВ  РABCD = 36 см | | |  | | | | | |
| Найти: SABCD | | |
| **Решение.**  **1)** ABCD – прямоугольник ⇒ AB = CD, BC = AD; РABCD = 2(AB + BC).  **2)** ВС = 2АВ;  РABCD = 2(AB + BC) = 2(АВ + 2АВ) = 2⋅3АВ = 6АВ;  36 = 6АВ;  АВ = 6 (см), ВС = 12 (см).  **3)** SABCD = АВ⋅ВС = 6 ⋅ 12 = 72 (см2).  Ответ: SABCD = 72 см2. | | | | | | | | |
| **Площадь прямоугольника. По данным рисунка найти площадь прямоугольника ABCD.** | | | | | | | | |
|  | | | |  | | | |  |
|  | | | |  | | | |  |
| **Площадь параллелограмма**  Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту (проведённую к основанию) | | | | |  | | | |
| **Площадь ромба**  Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей. | | | | |  | | | |
| **Пример 4. По данным рисунка найдите площадь параллелограмма.** | | | | | | | | |
| Дано: ABCD – пар-мм  BN⊥AD  ∠DBC = 30°  BC = 8,1 см  BD = 14 см |  | | | | | | | |
| Найти: SABCD |
| **Решение:**  **1)** АВСD – параллелограмм ⇒ ВС = AD = 8,1 см (по св-ву пар-ма); ВС||AD (по опред. пар-ма), BD – секущая ⇒ ∠DBC = ∠ABD = 30° (н.л.у.).  **2)** ΔBDN – прямоуг-ый (BN – высота), ∠ABD = 30° ⇒ BN = BD = 14 = 7 (см) (по св-ву прямоуг. треуг-ка).  **3)** АВСD – параллелограмм, AD – основание, BN – высота (BN⊥AD) ⇒ SABCD = BN ⋅ AD = 7 ⋅ 8,1 = 56,7 (см2).  Ответ: SABCD = 56,7 см2. | | | | | | | | |
| **Площадь параллелограмма. По данным рисунка найти площадь параллелограмма ABCD.** | | | | | | | | |
|  | | | |  | | | |  |
|  | | | |  | | | |  |
| **Площадь треугольника**  **[Формула Герона** (для вычисления площади треугольника через длины его сторон): , где *р* – половина периметра треугольника, *a, b, c* – стороны треугольника.**]**  Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту (проведённую к этому основанию).  **Следствие 1.** Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов. | | | | | |  | | |
| **Следствие 2.** Если высоты треугольников равны, то их площади относятся как основания: | | | | | |  | | |
| **Теорема.** Если угол треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведения сторон, заключающих равные углы. | | | | | |  | | |
| **Пример 5. По данным рисунка найдите высоту СМ, проведённую к стороне АВ.** | | | | | | | | |
| Дано: ΔАВС  ВН – высота  ∠А = 30°  АВ = 8 см  АС = 6 см  СМ – высота | |  | | | | | М | |
| Найти: СМ | |
| **Решение:**  **1)** Проведём высоту СМ. [не надо рисовать два рисунка, достаточно на данном рисунке провести высоту СМ, как на рисунке справа]  **2)** ΔABH – прямоугольный (BH – высота), ∠BAH = 30°, BH = AB = 8 = 4 (см) (по св-ву прямоуг. треуг-ка).  **3)** ΔABC: АС – основание, ВН – высота ⇒ SABC = .  **4)** ΔABC: АВ – основание, СМ – высота ⇒ ; 24 = 4 ⋅ СМ; СМ = 6 (см).  Ответ: СМ = 6 см. | | | | | | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Площадь треугольника. По данным рисунка найдите площадь треугольника АВС.** | | | | |
|  | |  | |  |
|  | |  | |  |
| **Площадь трапеции**  Площадь трапеции равна произведению половины суммы оснований на высоту. | | |  | |
| **Пример 6. По данным рисунка найдите площадь равнобедренной трапеции ABCD.** | | | | |
| Дано:  ∠В = 135°  BN – высота  AN = 1,4 см  ND = 3,4 см | Р | | | |
| Найти: SABCD |
| **Решение.**  **1)** ABCD – р/б трап., ВС, AD – основания ⇒ АВ = CD;  **2)** AD = AN + ND = 1,4 + 3,4 = 4,8 (см).  **3)** ABCD – трапеция, AD, BC – основания ⇒ AD||BC, АВ – секущая ⇒ ∠А + ∠B = 180° (одностор.) ⇒ ∠А = 180° - ∠B = 180° - 135° = 45°.  **4)** ΔABN – прямоугольный (BN – высота) ⇒ ∠А + ∠ABN = 90° (по св-ву остр. углов пр-го тр-ка);  ∠ABN = 45° = ∠А ⇒ ΔABN – прям-ный и р/б с осн-ем АВ (по призн. р/б тр-ка) ⇒ AN = BN = 1,4 см.  **5)** Проведём СР – высоту [\*рисовать второй рисунок не надо] ⇒ ΔCPD – пр-ый.  **6)** ΔABN = ΔCPD (по гип-зе и остр. углу: AB = CD, ∠A = ∠D – трап-я р/б) ⇒ PD = AN = 1,4 (см).  **7)** NBCD – прямоугольник (по опред. пр-ка, BN, CP – высоты) ⇒ BC = NP = ND – PD = 3,4 – 1,4 = 2 (см).  **8)** SABCD = .  Ответ: SABCD =. | | | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Площадь трапеции. По данным рисунка найдите площадь трапеции ABCD.** | | |
|  |  |  |
|  |  |  |