ТЕМА: «ПЛОЩАДЬ»

|  |  |
| --- | --- |
| **Площадь многоугольника**Величина той части плоскости, которую занимает многоугольник. За единицу измерения площади принимают квадрат со стороной 1 – 1 см2, 1 км2, 1 мм2 и т.д. | 1 см1 см2 |
| **Свойства площадей**1. Равные многоугольники имеют равные площади.2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.3. Площадь квадрата равна квадрату его стороны. |   |
| **Пример 1. По данным рисунка докажите, что SABCD = SAMD** |
| Дано: АВСD – пар-ммK ∈ BCDC ∩ AK = MDC = CM |  |
| Доказать: SABCD = SAMD |
| **Доказательство:****1)** ABCD = ΔABK + AKCD ⇒ SABCD = SABK + SAKCD (по 2 св-ву площадей).**2)** ΔAMD = ΔKMC + AKCD ⇒ SAMD = SKMC + SAKCD (по 2 св-ву площадей).**3)** АВ = CD (по 1 св-ву пар-мма), СD = MC (по условию) ⇒ AB = MC.**4)** AB||DC (по опред. паралл-ма), AM – секущая ⇒ ∠KMC = ∠KAB (н.л.у.); ВС – секущая ⇒∠KCM = ∠KBA (н.л.у.).**5)** AB = MC, ∠KMC = ∠KAB, ∠KCM = ∠KBA ⇒ ΔABK = ΔKMC (по 2 признаку равенства треугольни-ков) ⇒ SABK = SKMC (по 1 св-ву площ.).**6)** SABCD = SABK + SAKCD, SAMD = SKMC + SAKCD, SABK = SKMC ⇒ SABCD = SAMD. |
| **Пример 2.****а) найдите площадь квадрата со стороной** $13\sqrt{5}$ **мм; б) найдите сторону квадрата, если его площадь составляет 675 м2.** |
| Дано:АВСD – квадратАВ = *а*а) *а* = $13\sqrt{5}$ мм;б) SABCD = 675 м2 |  |
| Найти:а) SABCDб) *а* |
| **а) Решение:**SABCD = *а*2 ⇒ Sкв = $\left(13\sqrt{5}\right)^{2}$ = 169 ⋅ 5 = 845 (мм2). **б) Решение:**SABCD = *а*2 ⇒ *а* = $\sqrt{S}$ = $\sqrt{675}=\sqrt{225 ∙3}=15\sqrt{3}$ (м).Ответ: а) SABCD = 845 мм2; б) *а* = $15\sqrt{3}$ м. |
| **Площадь прямоугольника**Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон. |  |

|  |
| --- |
| **Пример 3. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 36 см и одна сторона в 2 раза больше другой.** |
| Дано: ABCD – прям-кВС = 2АВРABCD = 36 см |  |
| Найти: SABCD |
| **Решение.****1)** ABCD – прямоугольник ⇒ AB = CD, BC = AD; РABCD = 2(AB + BC).**2)** ВС = 2АВ; РABCD = 2(AB + BC) = 2(АВ + 2АВ) = 2⋅3АВ = 6АВ; 36 = 6АВ; АВ = 6 (см), ВС = 12 (см).**3)** SABCD = АВ⋅ВС = 6 ⋅ 12 = 72 (см2).Ответ: SABCD = 72 см2. |
| **Площадь прямоугольника. По данным рисунка найти площадь прямоугольника ABCD.** |
|  |  |  |
|  |  |  |
| **Площадь параллелограмма**Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту (проведённую к основанию) |  |
| **Площадь ромба**Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей. |  |
| **Пример 4. По данным рисунка найдите площадь параллелограмма.** |
| Дано: ABCD – пар-ммBN⊥AD∠DBC = 30°BC = 8,1 смBD = 14 см |  |
| Найти: SABCD |
| **Решение:****1)** АВСD – параллелограмм ⇒ ВС = AD = 8,1 см (по св-ву пар-ма); ВС||AD (по опред. пар-ма), BD – секущая ⇒ ∠DBC = ∠ABD = 30° (н.л.у.).**2)** ΔBDN – прямоуг-ый (BN – высота), ∠ABD = 30° ⇒ BN = $\frac{1}{2}$BD = $\frac{1}{2} ∙$ 14 = 7 (см) (по св-ву прямоуг. треуг-ка).**3)** АВСD – параллелограмм, AD – основание, BN – высота (BN⊥AD) ⇒ SABCD = BN ⋅ AD = 7 ⋅ 8,1 = 56,7 (см2).Ответ: SABCD = 56,7 см2. |
| **Площадь параллелограмма. По данным рисунка найти площадь параллелограмма ABCD.** |
|  |  |  |
|  |   |   |
| **Площадь треугольника****[Формула Герона** (для вычисления площади треугольника через длины его сторон): $S\_{∆}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где *р* – половина периметра треугольника, *a, b, c* – стороны треугольника.**]**Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту (проведённую к этому основанию).**Следствие 1.** Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов. |   |
| **Следствие 2.** Если высоты треугольников равны, то их площади относятся как основания: $$\frac{S}{S\_{1}}=\frac{a}{a\_{1}}$$ |  |
| **Теорема.** Если угол треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведения сторон, заключающих равные углы. $$\frac{S}{S\_{1}}=\frac{a∙b}{a\_{1}∙b\_{1}}$$ |  |
| **Пример 5. По данным рисунка найдите высоту СМ, проведённую к стороне АВ.** |
| Дано: ΔАВСВН – высота∠А = 30°АВ = 8 смАС = 6 смСМ – высота |  | М |
| Найти: СМ |
| **Решение:****1)** Проведём высоту СМ. [не надо рисовать два рисунка, достаточно на данном рисунке провести высоту СМ, как на рисунке справа]**2)** ΔABH – прямоугольный (BH – высота), ∠BAH = 30°, BH = $\frac{1}{2}$AB = $\frac{1}{2} ∙$ 8 = 4 (см) (по св-ву прямоуг. треуг-ка).**3)** ΔABC: АС – основание, ВН – высота ⇒ SABC = $\frac{1}{2}AC∙BH$ $=\frac{1}{2}∙6∙4=24 (см^{2})$.**4)** ΔABC: АВ – основание, СМ – высота ⇒ $S\_{ABC}= \frac{1}{2}AB∙CM$; 24 = 4 ⋅ СМ; СМ = 6 (см).Ответ: СМ = 6 см. |

|  |
| --- |
| **Площадь треугольника. По данным рисунка найдите площадь треугольника АВС.** |
|   |  |  |
|  |  |  |
| **Площадь трапеции**Площадь трапеции равна произведению половины суммы оснований на высоту.$$S=\frac{1}{2}\left(BC+AD\right)∙BF$$ |  |
| **Пример 6. По данным рисунка найдите площадь равнобедренной трапеции ABCD.** |
| Дано: ∠В = 135°BN – высота AN = 1,4 смND = 3,4 см |  Р |
| Найти: SABCD |
| **Решение.****1)** ABCD – р/б трап., ВС, AD – основания ⇒ АВ = CD;**2)** AD = AN + ND = 1,4 + 3,4 = 4,8 (см).**3)** ABCD – трапеция, AD, BC – основания ⇒ AD||BC, АВ – секущая ⇒ ∠А + ∠B = 180° (одностор.) ⇒ ∠А = 180° - ∠B = 180° - 135° = 45°.**4)** ΔABN – прямоугольный (BN – высота) ⇒ ∠А + ∠ABN = 90° (по св-ву остр. углов пр-го тр-ка);∠ABN = 45° = ∠А ⇒ ΔABN – прям-ный и р/б с осн-ем АВ (по призн. р/б тр-ка) ⇒ AN = BN = 1,4 см.**5)** Проведём СР – высоту [\*рисовать второй рисунок не надо] ⇒ ΔCPD – пр-ый.**6)** ΔABN = ΔCPD (по гип-зе и остр. углу: AB = CD, ∠A = ∠D – трап-я р/б) ⇒ PD = AN = 1,4 (см).**7)** NBCD – прямоугольник (по опред. пр-ка, BN, CP – высоты) ⇒ BC = NP = ND – PD = 3,4 – 1,4 = 2 (см).**8)** SABCD = $\frac{1}{2}\left(BC+AD\right)∙BN=\frac{1}{2}\left(4,8+2\right)∙1,4=4,76 \left(см^{2}\right)$.Ответ: SABCD =$ 4,76 см^{2}$. |

|  |
| --- |
| **Площадь трапеции. По данным рисунка найдите площадь трапеции ABCD.** |
|   |   |  |
|  |  |  |