**ТЕМА: «ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ. ПЛОЩАДЬ КРУГА»**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Окружность –** линия, все точки которой находятся на равном расстоянии от одной, называемой центром окружности.  **Обозначение: Окр. (О; R).** | | | 1.png  Известно, что для любой окружности , где **π ≈ 3,1415926… - иррациональное число.**  **Для вычислений: π ≈ 3,14 ≈ 3,1 ≈ 3**  в зависимости от необходимой точности. |
| **Радиус окружности (R, r)** – отрезок, соединяющий центр окружности с любой точкой окружности.  **Диаметр окружности** **(D)** – хорда, проходящая через центр окружности. Диаметр равен двум радиусам: **D = 2R.**  **Хорда окружности** – отрезок, соединяющий две точки окружности. Например: отрезок BD – хорда.  **Дуга окружности** – часть окружности между двумя точками окружности. Например: ∪BD – дуга.  **Говорят, что хорда стягивает дугу.** | | |
| **Длина окружности –** длина линии, если окружность «разрезать» и выпрямить.  **Обозначение: *С*.** | | | Формула длины окружности:  **,**  **т.к.** |
| **Длина дуги окружности –** длин.а части окружности между двумя точками. **Обозначение: *l***.  Любая дуга соответствует некоторому центральному углу **α.**  Составим пропорцию: , так как , то . | | |  |
| **Круг** – часть плоскости, ограничен-ная окружностью.  **Площадь круга: ,** где ***R* –** радиус окружности.  **Круговой сектор –** часть круга, ограниченная дугой и радиусами окружности, соединяющими центр с концами дуги.  **Площадь кругового сектора:**  ***.*** | | | 1. Считая окружность правильным многоугольником с очень малой длиной стороны и бесконечным количеством сторон, эту формулу можно получить из формулы площади многоугольника:  если принять, что .  2. Составим пропорцию: , куда вместо *S* подставим . |
| **Пример 1. Площадь квадрата равна 25. Найдите: а) длину вписанной окружности; б) длину дуги, заключённой между двумя соседними точками касания; в) площадь части квадрата, лежащей вне вписанной окружности.** | | | |
| **Дано: ABCD – квадрат;**  **Окр. (О; r4) – вписанная;**  **К, Н – точки касания;**  **.** | |  | |
| **Найти: *С*, *l*KH, *S*закр.** | |
| Решение.  1) ABCD – квадрат, (по условию) ⇒ АВ = ВС = СD = AD = 5 (по свойству площади квадрата), (по свойству квадрата);  2) (по формуле длины окружности);  3) ABCD – квадрат ⇒ вписанная окружность касается сторон квадрата в четырёх точках, которые делят окружность на 4 равные части ⇒ ;  4) По рисунку *S*закр = . | | | |
| **Ответ:** ; ; *S*закр = . | | | |
| **Пример 2. Площадь равностороннего треугольника равна S. Найдите: а) длину вписанной окружности; б) длину дуги, заключённой между двумя соседними точками касания; в) площадь части треугольника, лежащей вне окружности.** | | | |
| **Дано: ΔABC – р/ст.;**  **Окр. (О; r3) – вписанная;**  **К, Н – точки касания;**  **.** | |  | |
| **Найти: *С*, *l*KH, *S*закр.** | |
| **Решение.**  1) ΔABC – р/ст., , ⇒ . (по формулам для правильного многоугольника / треугольника) ⇒ , ⇒ , ⇒ ;  2) ;  3) ΔABC – р/ст. ⇒ вписанная окружность касается сторон треугольника в трёх точках, которые делят окружность на 3 равные части ⇒ = ;  4) По рисунку *S*закр = . | | | |
| **Ответ:** ; ; *S*закр = . | | | |
| **Пример 3. Длина дуги окружности радиуса 10 см равна 4π см. Найдите площадь соответствующего кругового сектора.** | | | |
| **Дано:**  ***l =* 4π см;**  ***R* = 10 см.** | **Решение.**  1) , ⇒ ; ; ;  2) . | | |
| **Найти: *S*c - ?** |
| **Ответ:** . | | | |
| **Пример 4. Площадь кругового сектора равна 6π см2, а радиус окружности – 4 см. Найдите длину хорды, стягивающей дугу этого сектора.** | | | |
| **Дано:**  ***S*c = 6π см2;**  ***R* = 4 см** |  | | |
| **Найти: АВ - ?** |
| **Решение:**  1) ⇒ , ;  2) ΔАОВ, по теореме косинусов:  , (см). | | | |
| **Ответ:**  см. | | | |

|  |  |
| --- | --- |
| **Пример 5. Катеты прямоугольного треугольника равны 15 и 20 см. Найдите длину окружности, диаметром которой является высота, проведённая к гипотенузе.** | |
| **Дано:**  **ΔABC – п/у;**  **АВ – гипотенуза;**  **СН – высота;**  **СН – диам. окр.**  **АС = 15 см;**  **ВС = 20 см.** |  |
| **Найти: *С* - ?** |
| **Решение.**  1) ΔABC – п/у ⇒  по теореме Пифагора: ,  AB = = 25 (см);  BC = ⇒ (см);  2) ΔABН – п/у (СН – высота) ⇒  по теореме Пифагора: ,  CH = 12 (см);  3) (см). | |
| **Ответ:**  см. | |
| **Задания для самостоятельного решения.** | |
| **1. Площадь квадрата равна 36. Найдите: а) длину описанной окружности; б) длину дуги, стягиваемой стороной квадрата; в) площадь части описанного круга, лежащей вне квадрата.** | |
| **2. Площадь равностороннего треугольника равна S. Найдите: а) длину описанной окружности; б) Длину дуги, стягиваемой стороной треугольника; в) площадь части описанного круга, лежащей вне треугольника.** | |
| **3. Площадь кругового сектора окружности радиуса 6 см равна 9π см2. Найдите длину соответствующей дуги.** | |
| **4. Хорда длиной см стягивает дугу, градусная мера которой равна 135°. Найдите площадь кругового сектора, соответствующего этой дуге.** | |
| **5. Катеты прямоугольного треугольника равны 12 и 16 см. Найдите длину окружности, диаметром которой является медиана, проведённая к гипотенузе.** | |