**РАЗЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРА ПО ДВУМ НЕКОЛЛИНЕАРНЫМ ВЕКТОРАМ**

|  |  |
| --- | --- |
| Векторы являются **коллинеарными**, если они лежат на **одной прямой** или на **параллельных прямых**.Коллинеарные векторы могут быть **сонаправленными** или **противоположно** направленными. |  |
| **Лемма**Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны и $\vec{a}\ne \vec{0}$, то существует такое число *k*, что $\vec{b}=k\vec{a}$. |   |
| **Пример 1. Векторы** $\vec{m}$ **и** $\vec{n}$ **коллинеарны. Найдите такое число k, чтобы а) векторы** $\vec{m}$ **и** $\vec{n}$ **были сонаправлены,** $\left|\vec{m}\right|$ **= 13 см,** $\left|\vec{n}\right|$ **= 26 см; б) векторы** $\vec{m}$ **и** $\vec{n}$ **были противоположно направлены,** $\left|\vec{m}\right|$ **= 23 см,** $\left|\vec{n}\right|$ **= 4,6 см.** |
| **Дано:** $\vec{m}$ и $\vec{n}$ коллинеарны$\vec{n}=k\vec{m}$,a) $\left|\vec{m}\right|$ = 13 см, $\left|\vec{n}\right|$ = 26 см,$\vec{m}$ ↑↑ $\vec{n}$,б) $\left|\vec{m}\right|$ = 23 см, $\left|\vec{n}\right|$ = 4,6 см,$\vec{m}$ ↑↓ $\vec{n}$. | **Решение:**а) $\vec{m}$ ↑↑ $\vec{n}$, $\vec{n}=k\vec{m}$ ⇒ $k=\frac{\left|\vec{n}\right|}{\left|\vec{m}\right|}=\frac{26}{13}=2$.$\vec{n}=2\vec{m}$.а) $\vec{m}$ ↑↓ $\vec{n}$, $\vec{n}=k\vec{m}$ ⇒ $k=-\frac{\left|\vec{n}\right|}{\left|\vec{m}\right|}=-\frac{4,6}{23}=-0,2$.$\vec{n}=-0,2\vec{m}$.**Ответ: а) k = 2; б) k = –0,2** |
| **Найти:** k - ? |
| **Пример 2. Известно, что ABCD – параллелограмм, О – точка пересечения его диагоналей. Найдите k, если это возможно, для того, чтобы выполнялось равенство: а)** $\vec{CD}=k\vec{AB}$**; б)** $\vec{AO}=k\vec{BD};$ **в)** $\vec{OC}=k\vec{AC}$**.** |
| Дано: ABCD – пар-мм, О – т. пер-я диаг-й.а) $\vec{CD}=k\vec{AB}$; б) $\vec{AO}=k\vec{BD};$ в) $\vec{OC}=k\vec{AC}$. |  |
| Найти: k - ? |
| **Решение:** а) $\vec{CD}=k\vec{AB}$: $\vec{CD}\uparrow \downright \vec{AB}$, $\left|\vec{CD}\right|=\left|\vec{AB}\right|$ (по свойству противоположных сторон параллелограмма) ⇒ $k=-\frac{ \left|\vec{CD}\right|}{\left|\vec{AB}\right|}=-1$;б) $\vec{AO}=k\vec{BD}$: $\vec{AO}$ и $\vec{BD}$ – не коллинеарны ⇒ $k$ – не существует;в) $\vec{OC}=k\vec{AC}$: в) $\vec{OC}\uparrow \uparrow \vec{AC}$, $\left|\vec{OC}\right|=\frac{1}{2}\left|\vec{AC}\right|$ (по свойству диагоналей параллелограмма) $k=\frac{ \left|\vec{OC}\right|}{\left|\vec{AC}\right|}=\frac{\frac{1}{2}\left|\vec{AC}\right|}{\left|\vec{AC}\right|}=\frac{1}{2}$.**Ответ: а) k = –1, б) k – не существует, в) k =** $\frac{1}{2}$**.** |
| **Теорема**На плоскости любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причём коэффициенты разложения определяются единственным образом. | Пусть векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – не коллинеарны, тогда $\vec{p}=x\vec{a}+y\vec{b}$ (по правилу параллелограмма), где *х* и *у* – коэффициенты разложения (векторы $\vec{a}$ и $x\vec{a}$ – коллинеарны по лемме, векторы $\vec{b}$ и $y\vec{b}$ – коллинеарны по лемме) |
|  |  |
| **Пример 3. MKEF – параллелограмм, FT:TK = 3:1. Разложите вектор** $\vec{FT}$ **по векторам** $\vec{m}$ **и** $\vec{n}$**.** |
| Дано: MKEF – пар-ммFT:TK = 3:1;$\vec{m}$; $\vec{n}$. |  |
| Найти: $\vec{FT}(\vec{m}$; $\vec{n})$ |
| **Решение:**1) MKEF – пар-мм ⇒ MF||KE, MF = KE, MK||FE, MK = FE, FT:TK = 3:1 ⇒ *FT* = $\frac{3}{4}FK, TK= \frac{1}{4}FK$. 2) Проведём ТН||МК, TC||KE. 3) ΔFHT ~ ΔFMK (∠1 – общий, ∠3 = ∠4 – соотв. при ТН||МК, FK – секущая) ⇒ $\frac{FH}{FM}=\frac{FT}{FK}=\frac{3}{4}$ ⇒ $\frac{\left|\vec{FH}\right|}{\left|\vec{FM}\right|}=\frac{3}{4}$ ⇒ $\left|\vec{FH}\right|=\frac{3}{4}\left|\vec{FM}\right|=\frac{3}{4}\left|\vec{m}\right|$; $\vec{m}\uparrow \uparrow \vec{FH}$ ⇒ $\vec{FH}=\frac{3}{4}\vec{m}$.Аналогично: $\vec{FC}=\frac{3}{4}\vec{n}$.4) $\vec{FT}=\vec{FH}+\vec{FC}=\frac{3}{4}\vec{m}+\frac{3}{4}\vec{n}$ (по правилу параллелограмма).**Ответ:** $\vec{FT}=\frac{3}{4}\vec{m}+\frac{3}{4}\vec{n}$**.** |

Задачи для самостоятельного решения:

|  |  |
| --- | --- |
| 1 |  |



|  |  |
| --- | --- |
| 2 |  |

