

Пример решения задачи №16

Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны 5. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\frac{2}{3}$, L - середина ребра MB . Найдите высоту данной пирамиды.

Дано:

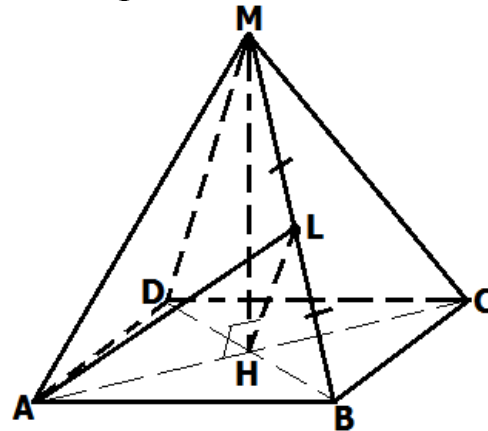
$MABCD$ – прав. четырёхуг. пирамида

$AB = 5$

$\operatorname{tg}(\widehat{DM; AL}) = \frac{2}{3}$;

L – серед. MB

Найти: $h_{\text{пир}}$ - ?



Решение:

1) $MABCD$ – правильная четырёхугольная пирамида $\Rightarrow ABCD$ – квадрат, MH – высота, H – т. пересечения диагоналей квадрата, $DM = BM = CM = AM$.

2) H – середина DB , L – середина MB (по условию) $\Rightarrow LH$ – средняя линия $\triangle DMB$, $LH \parallel DM \Rightarrow \widehat{DM; AL} = \angle ALH$.

3) $\triangle ALH$ – прямоугольный ($AH \perp (DMB)$ по признаку перпендикулярности прямой и плоскости), $\angle AHL$ – прямой.

4) $ABCD$ – квадрат $\Rightarrow AC = \frac{AB}{\cos 45^\circ} = 5\sqrt{2} \Rightarrow AH = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

5) $\triangle ALH$ – прямоугольный $\Rightarrow LH = \frac{AH}{\operatorname{tg} \angle ALH} = \frac{7,5\sqrt{2}}{2}$.

6) LH – средняя линия $\triangle DMB \Rightarrow DM = \frac{15\sqrt{2}}{2}$.

7) $\triangle DMH$ – прямоугольный (MH – высота пирамиды) $\Rightarrow MH = \sqrt{MD^2 - DH^2} = \sqrt{\frac{225}{2} - \frac{5}{2}} = \sqrt{\frac{220}{2}} = \sqrt{110}$.

Ответ: высота пирамиды равна $\sqrt{110}$.