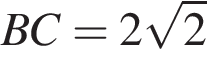
**Окружности**

**1. За­да­ние 24 № 311650.** В тре­уголь­ни­ке http://sdamgia.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932p.pngугол http://sdamgia.ru/formula/42/42a2bb04d3b2d328eaf02706cd47b75bp.pngравен 72°, угол http://sdamgia.ru/formula/0d/0d61f8370cad1d412f80b84d143e1257p.pngравен 63°, . Най­ди­те ра­ди­ус опи­сан­ной около этого тре­уголь­ни­ка окруж­но­сти.

**Ре­ше­ние.**

Угол http://sdamgia.ru/formula/4a/4a1f10599d93d68b762e897cc09870a1p.pngтре­уголь­ни­ка http://sdamgia.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932p.pngравен http://sdamgia.ru/formula/92/929b820d87a9547841daf132c398aaa1p.png = 180° − http://sdamgia.ru/formula/48/48d2e15ac57bfe8e0490312bd6a5d0eep.png− http://sdamgia.ru/formula/5a/5a86125d4f3e448c7a802f1d665761f1p.png = 45°.

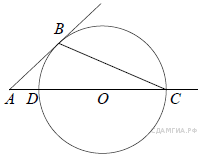
Ра­ди­ус опи­сан­ной окруж­но­сти равен .

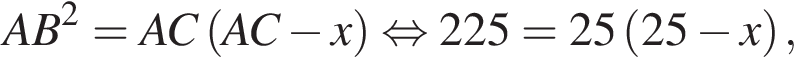
Ответ: 2.

Источник: ГИА-2013. Математика. Проб­ные варианты от ФИПИ (1 вар.)

**2. За­да­ние 24 № 340853.** Окруж­ность с цен­тром на сто­ро­не *AC* тре­уголь­ни­ка *ABC* про­хо­дит через вер­ши­ну *C* и ка­са­ет­ся пря­мой *AB* в точке *B*. Най­ди­те диа­метр окруж­но­сти, если *AB* = 15, *AC* = 25.

**Ре­ше­ние.**

Пусть *DC* = *x*. Тогда по свой­ству ка­са­тель­ной и се­ку­щей, про­ведённых из одной точки к окруж­но­сти, по­лу­ча­ем:

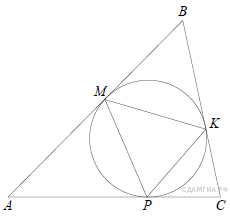
от­ку­да http://sdamgia.ru/formula/72/72d3d1b3d9e283d3d66aea309168ef3ap.png

Ответ: 16.

Источник: СтатГрад: Тре­ни­ро­воч­ная ра­бо­та по ма­те­ма­ти­ке 26.11.2014 ва­ри­ант МА90201.

**3. За­да­ние 24 № 340879.** Окруж­ность, впи­сан­ная в тре­уголь­ник *ABC* , ка­са­ет­ся его сто­рон в точ­ках *M*, *K* и *P*. Най­ди­те углы тре­уголь­ни­ка *ABC*, если углы тре­уголь­ни­ка *MKP* равны 49°, 69° и 62°.

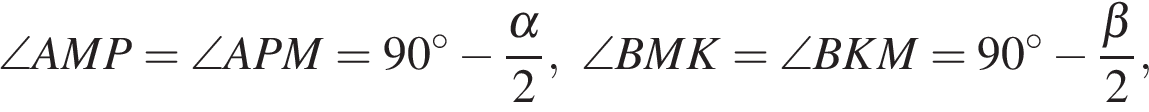
**Ре­ше­ние.**

Пусть

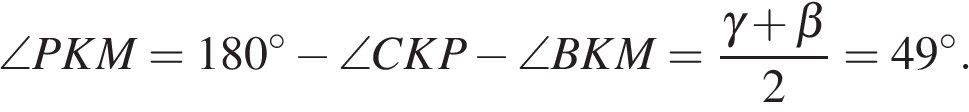
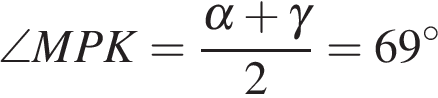
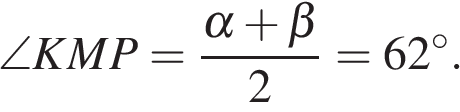
∠*BAC* = α , ∠*ABC* = β , ∠*ACB* = γ;

∠*PKM* = 49°, ∠*MPK* = 69°, ∠*KMP* = 62°.

По свой­ству ка­са­тель­ных *AM* = *AP*, *BM* = *BK* , *CP* = *CK* . Зна­чит, тре­уголь­ни­ки *AMP*, *BMK* и *CPK* рав­но­бед­рен­ные, от­ку­да по­лу­ча­ем:





Зна­чит, Ана­ло­гич­но по­лу­ча­ем, что и 

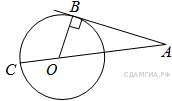
Решая си­сте­му от­но­си­тель­но α , β и γ , по­лу­ча­ем, что углы тре­уголь­ни­ка *ABC* равны 82°, 42°, 56°.

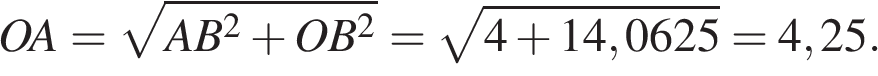
Ответ: 82°, 42°, 56°.

Источник: СтатГрад: Тре­ни­ро­воч­ная ра­бо­та по ма­те­ма­ти­ке 26.11.2014 ва­ри­ант МА90202.

**4. За­да­ние 24 № 339461.** Окруж­ность с цен­тром на сто­ро­не *AC* тре­уголь­ни­ка *ABC* про­хо­дит через вер­ши­ну *C* и ка­са­ет­ся пря­мой *AB* в точке *B*. Най­ди­те *AC*, если диа­метр окруж­но­сти равен 7,5, а *AB* = 2.

**Ре­ше­ние.**

Введём обо­зна­че­ния как по­ка­за­но на ри­сун­ке. Ра­ди­ус окруж­но­сти, про­ведённый в точку ка­са­ния пер­пен­ди­ку­ля­рен ка­са­тель­ной, по­это­му тре­уголь­ник http://sdamgia.ru/formula/8c/8cfa572165b8511b558229940c5d8fbdp.png— пря­мо­уголь­ный. Найдём http://sdamgia.ru/formula/ff/ffb4513f2a3a46ad17d19ff6b56f9a2dp.pngпо тео­ре­ме Пи­фа­го­ра:



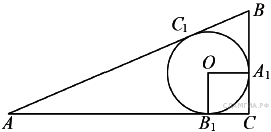
Сле­до­ва­тель­но, длина сто­ро­ны http://sdamgia.ru/formula/41/4144e097d2fa7a491cec2a7a4322f2bcp.pngравна http://sdamgia.ru/formula/26/26ce30b63033f78331a15b968f974df9p.png

Ответ: 8.

**5. За­да­ние 24 № 311968.** В тре­уголь­ни­ке *ABC* угол *С* равен 90°, ра­ди­ус впи­сан­ной окруж­но­сти равен 2. Най­ди­те пло­щадь тре­уголь­ни­ка *ABC*, если *AB* = 12.

**Ре­ше­ние.**

Пусть *A*1, *B*1 и *C*1 — точки ка­са­ния впи­сан­ной окруж­но­сти со сто­ро­на­ми *BC*, *AC* и *AB* со­от­вет­ствен­но. Ра­ди­ус впи­сан­ной окруж­но­сти обо­зна­чим *r*. Тогда *AC*1 = *AB*1 и *CA*1 = *CB*1 = *r*. Пе­ри­метр тре­уголь­ни­ка *ABC* равен 2*AC*1 + 2*BC*1 + 2*CA*1 = 2*AB* + 2*r*. По­лу­пе­ри­метр *p* равен *AB* + *r*.



По фор­му­ле пло­ща­ди тре­уголь­ни­ка на­хо­дим

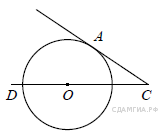
http://sdamgia.ru/formula/6c/6c3be93c8b9e85237cdaa93e09490092p.png

Ответ: 28.

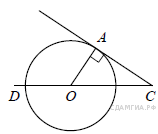
Источник: МИОО: Тре­ни­ро­воч­ная ра­бо­та по ма­те­ма­ти­ке 19.11.2013 ва­ри­ант МА90202.

**6. За­да­ние 24 № 339492.** Окруж­ность пе­ре­се­ка­ет сто­ро­ны *AB* и *AC* тре­уголь­ни­ка *ABC* в точ­ках *K* и *P* со­от­вет­ствен­но и про­хо­дит через вер­ши­ны *B* и *C*. Най­ди­те длину от­рез­ка *KP*, если *AK* = 18, а сто­ро­на *AC* в 1,2 раза боль­ше сто­ро­ны *BC*.

**Углы**

**1. За­да­ние 24 № 76.** Най­ди­те угол *АСО*, если его сто­ро­на *СА* ка­са­ет­ся окруж­но­сти, *О* — центр окруж­но­сти, а дуга *AD* окруж­но­сти, за­ключённая внут­ри этого угла, равна 100°.

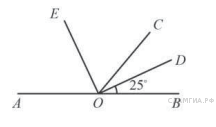
**Ре­ше­ние.**

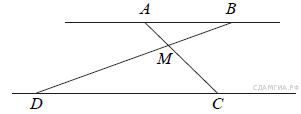
Про­ведём ра­ди­ус *OA*. Тре­уголь­ник *AOC* — пря­мо­уголь­ный, ∠*A* = 90°. ∠*COA* = 180° − ∠*AOD* = 180° − 100° = 80°; ∠*ACO* = 90° − 80° = 10°.

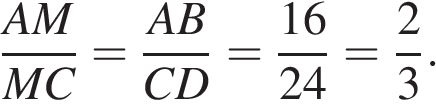
Ответ: 10.

Источник: ГИА по ма­те­ма­ти­ке 28.05.2013. Ос­нов­ная волна. Ва­ри­ант 1301.

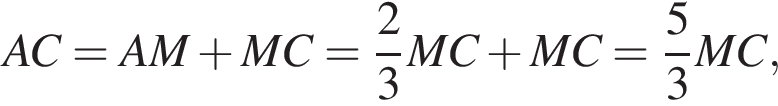
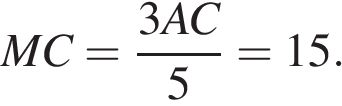
**2. За­да­ние 24 № 340905.** От­рез­ки *AB* и *DC* лежат на па­рал­лель­ных пря­мых, а от­рез­ки *AC* и *BD* пе­ре­се­ка­ют­ся в точке *M*. Най­ди­те *MC*, если *AB* =16, *DC* = 24 , *AC* = 25.

**Ре­ше­ние.**

Углы *DCM* и *BAM* равны как на­крест ле­жа­щие, углы *DMC* и *BMA* равны как вер­ти­каль­ные, сле­до­ва­тель­но, тре­уголь­ни­ки *DMC* и *BMA* по­доб­ны по двум углам. Зна­чит,



Cле­до­ва­тель­но,

от­ку­да 

Ответ: 15.

Источник: СтатГрад: Тре­ни­ро­воч­ная ра­бо­та по ма­те­ма­ти­ке 26.11.2014 ва­ри­ант МА90203.

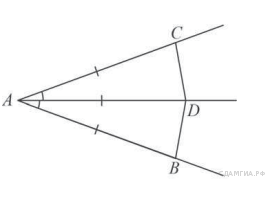
**3. За­да­ние 24 № 311548.** Най­ди­те ве­ли­чи­ну угла  http://sdamgia.ru/formula/95/95d1f66a657d5e79ada6e54c0b6f8de2p.png, если  http://sdamgia.ru/formula/00/00e099a387e46b6681e536b05f110339p.png — бис­сек­три­са угла  http://sdamgia.ru/formula/2c/2c539c9cc517241918adcd0b89fef4fdp.png,  http://sdamgia.ru/formula/75/75f75daed3373b39ee67e33c84afc37dp.png — бис­сек­три­са угла  http://sdamgia.ru/formula/b3/b3682f5721419442850f1e969f9f0a63p.png.

**Ре­ше­ние.**

Имеем:  http://sdamgia.ru/formula/10/10abe0edf06d27cbd5f2879b49eabd30p.png = 2 · 25° = 50°;  http://sdamgia.ru/formula/71/71508ca556dc7937887a57d93b1c2aa1p.png = 180° − 50° = 130°;  http://sdamgia.ru/formula/02/022b885425912a88e3e47301046ecf7cp.png = 130° : 2 = 65°.

Ответ: 65°.

Источник: ГИА-2013. Математика. Ди­а­гно­сти­че­ская работа № 1. (вар. 1) 02.10.2012г.



**4. За­да­ние 24 № 311649.** На сто­ро­нах угла http://sdamgia.ru/formula/bc/bcf30d7f4abd7593b752cacd38ff491cp.pngи на его бис­сек­три­се от­ло­же­ны рав­ные от­рез­ки http://sdamgia.ru/formula/7c/7c9675373640522701793389758cde71p.pngи http://sdamgia.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1p.png. Ве­ли­чи­на угла http://sdamgia.ru/formula/16/16d744be809791d5841d27a0cbc71eb3p.pngравна 160°. Опре­де­ли­те ве­ли­чи­ну угла http://sdamgia.ru/formula/bc/bcf30d7f4abd7593b752cacd38ff491cp.png.

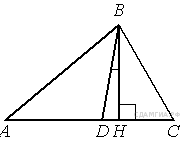
**Ре­ше­ние.**

Тре­уголь­ни­ки http://sdamgia.ru/formula/11/1180214aaa473661d2ded5bf02abc75bp.pngи http://sdamgia.ru/formula/72/72c5cc0e2586935d16539f31a2a4fec4p.pngрав­но­бед­рен­ные и равны по двум сто­ро­нам и углу между ними. Сле­до­ва­тель­но,

http://sdamgia.ru/formula/c4/c4550b45b0ffdce6e7c438273e5bffeep.png 80°; http://sdamgia.ru/formula/b8/b8d7a7847dcba2f1d40731cfeb648e9fp.png = 360° − 4 · 80° = 40°.

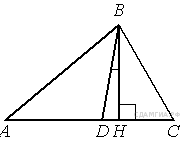
Ответ: 40°.

Источник: ГИА-2013. Математика. Тре­ни­ро­воч­ная работа № 4.(1 вар.)

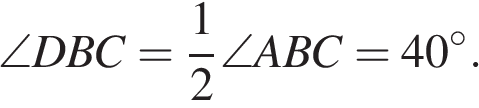


**5. За­да­ние 24 № 315053.** В тре­уголь­ни­ке *АВС* углы *А* и *С* равны 40° и 60° со­от­вет­ствен­но. Най­ди­те угол между вы­со­той *ВН* и бис­сек­три­сой *BD*.

**Ре­ше­ние.**

Из тре­уголь­ни­ка http://sdamgia.ru/formula/99/99fc561a4315ae5759a0b9ea95c14222p.pngнай­дем http://sdamgia.ru/formula/6a/6a769ec9f850e101e2b430e05d5ad0a1p.png

http://sdamgia.ru/formula/54/5459851dda8903e71884eee51c2b1b36p.png

http://sdamgia.ru/formula/87/87a47565be4714701a8bc2354cbaea36p.png— бис­сек­три­са, сле­до­ва­тель­но, 

Тре­уголь­ник http://sdamgia.ru/formula/05/05936044cbd53eaaaaf0f7720b471c9ap.png— пря­мо­уголь­ный, сле­до­ва­тель­но:

http://sdamgia.ru/formula/aa/aa5826bc108b7a9636c30b75eed2949ep.png

Найдём угол http://sdamgia.ru/formula/1b/1b31cb39a74b7975973de6a4aaffca1ep.png

http://sdamgia.ru/formula/6c/6c84dc74400935c721792bae2db03082p.png

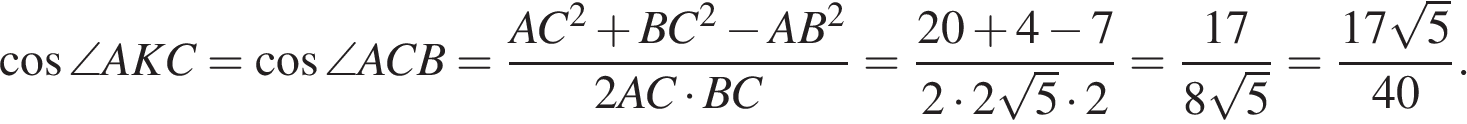
Ответ: 10°.

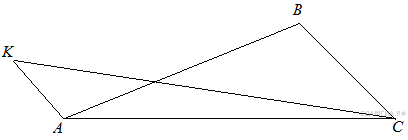
Источник: Банк за­да­ний ФИПИ

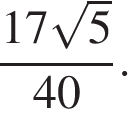
**6. За­да­ние 24 № 314819.** Сто­ро­ны *AC, AB, BC* тре­уголь­ни­ка *ABC* равны , http://sdamgia.ru/formula/18/1801cfc88edd59ca7296ac197514e703p.pngи 2 со­от­вет­ствен­но. Точка *K* рас­по­ло­же­на вне тре­уголь­ни­ка *ABC*, причём от­ре­зок *KC* пе­ре­се­ка­ет сто­ро­ну *AB* в точке, от­лич­ной от *B*. Из­вест­но, что тре­уголь­ник с вер­ши­на­ми *K , A* и *C* по­до­бен ис­ход­но­му. Най­ди­те ко­си­нус угла *AKC*, если ∠*KAC*>90° .

**Ре­ше­ние.**

Рас­смот­рим по­доб­ные тре­уголь­ни­ки http://sdamgia.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932p.pngи http://sdamgia.ru/formula/b2/b2e71c6b7263b3102e5dde199165113fp.pngи уста­но­вим со­от­вет­ствие между их уг­ла­ми. Про­тив боль­шей сто­ро­ны все­гда лежит боль­ший угол, в тре­уголь­ни­ке http://sdamgia.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932p.pngэто угол http://sdamgia.ru/formula/14/14b1ad51ec1c47b47bee445bd306a51bp.pngв тре­уголь­ни­ке http://sdamgia.ru/formula/5d/5d01a373a4a99165c1dc21ccd0489984p.png, в свою оче­редь, есть тупой угол http://sdamgia.ru/formula/5d/5d01a373a4a99165c1dc21ccd0489984p.pngи он яв­ля­ет­ся наи­боль­шим, зна­чит http://sdamgia.ru/formula/8a/8a2f0183877cafc7ad8594a1f435759cp.pngУгол http://sdamgia.ru/formula/0f/0fc437bc317835cad5faafc12a83fad5p.pngза­ве­до­мо не может быть равен углу http://sdamgia.ru/formula/a5/a5e54b8941f17920606427cb0d02c273p.pngтак как он со­став­ля­ет толь­ко его часть. Сле­до­ва­тель­но угол http://sdamgia.ru/formula/79/79661ff25e39af70fc48d7785f587e85p.pngравен углу http://sdamgia.ru/formula/50/500ff7e7d7ffe53136d60e2aeff6f6b5p.pngНайдём ко­си­нус угла http://sdamgia.ru/formula/0e/0ef3b5472e34178293177055520d0c47p.pngис­поль­зуя тео­ре­му ко­си­ну­сов:



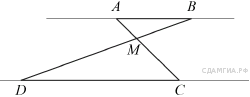


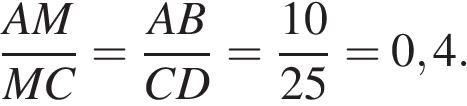
Ответ: 

Источник: Банк за­да­ний ФИПИ

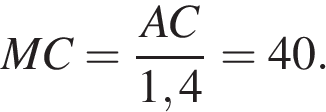
**7. За­да­ние 24 № 333321.** От­рез­ки *AB* и *DC* лежат на па­рал­лель­ных пря­мых, а от­рез­ки *AC* и *BD* пе­ре­се­ка­ют­ся в точке *M*. Най­ди­те *MC*, если *AB* = 10, *DC* = 25, *AC* = 56 .

**Ре­ше­ние.**

Углы http://sdamgia.ru/formula/81/818da069336b82952a615624a59022d9p.pngи http://sdamgia.ru/formula/1a/1a7b8a7f177e024e1685e780c47649c6p.pngравны как на­крест ле­жа­щие, углы http://sdamgia.ru/formula/a5/a55680c75243a20a901ad32f8ddbe130p.pngи http://sdamgia.ru/formula/a2/a26a78fdfbaaad78d04c16efaa98abccp.pngравны как вер­ти­каль­ные, сле­до­ва­тель­но, тре­уголь­ни­ки http://sdamgia.ru/formula/a5/a55680c75243a20a901ad32f8ddbe130p.pngи http://sdamgia.ru/formula/a2/a26a78fdfbaaad78d04c16efaa98abccp.pngпо­доб­ны по двум углам.

Зна­чит, Сле­до­ва­тель­но,

http://sdamgia.ru/formula/a9/a99a259bdbe97d2b07f455aceeb9e928p.png

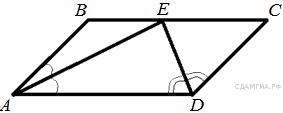
От­ку­да 

Ответ: 40.

Источник: МИОО: Тре­ни­ро­воч­ная ра­бо­та по ма­те­ма­ти­ке 06.05.2014 ва­ри­ант МА90701.

**8. За­да­ние 24 № 339611.** Бис­сек­три­сы углов *A* и *D* па­рал­ле­ло­грам­ма *ABCD* пе­ре­се­ка­ют­ся в точке, ле­жа­щей на сто­ро­не *BC*. Най­ди­те *BC*, если *AB* = 34.

**Ре­ше­ние.**

По опре­де­ле­нию па­рал­ле­ло­грам­ма http://sdamgia.ru/formula/7b/7b839dc33124952034253aa3f415a3cap.pnghttp://sdamgia.ru/formula/ea/ea8a1a99f6c94c275a58dcd78f418c1fp.png— се­ку­щая при па­рал­лель­ных пря­мых, сле­до­ва­тель­но, углы http://sdamgia.ru/formula/16/16274d31b6d6842aab79884d51b54ff4p.pngи http://sdamgia.ru/formula/97/97ddf2c9f6426db2233a05dd22e6deb0p.pngравны как на­крест ле­жа­щие. По­сколь­ку http://sdamgia.ru/formula/8b/8b64125abe47c146fe766cfd4308f913p.pngтре­уголь­ник http://sdamgia.ru/formula/90/903313b86cfb89682d191d1a6469e398p.png— рав­но­бед­рен­ный, от­ку­да http://sdamgia.ru/formula/6b/6b9070ead64d3dfb9587e5d2d0400759p.pngАна­ло­гич­но, тре­уголь­ник http://sdamgia.ru/formula/08/085aed3f5be3c71f9c1217deb1a28bcbp.png— рав­но­бед­рен­ный и http://sdamgia.ru/formula/de/de83d3946304363d525d973ebb62c6d0p.pngСто­ро­ны http://sdamgia.ru/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9p.pngи http://sdamgia.ru/formula/41/4170acd6af571e8d0d59fdad999cc605p.pngравны, как про­ти­во­по­лож­ные сто­ро­ны па­рал­ле­ло­грам­ма, сле­до­ва­тель­но, http://sdamgia.ru/formula/68/6826e89d4b574a8c4915fea57f88e8a8p.pngТаким об­ра­зом, http://sdamgia.ru/formula/a3/a3dc83687c29028ec0ff70997a758c3cp.png

Ответ: 68.

Ответ: 68

339611

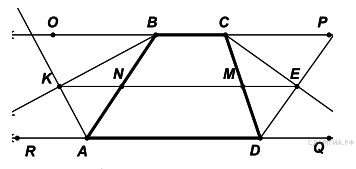
68

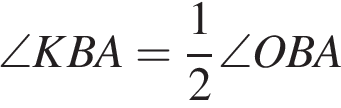
**9. За­да­ние 24 № 311698.** Пря­мая, па­рал­лель­ная ос­но­ва­ни­ям http://sdamgia.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1p.pngи http://sdamgia.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508dp.pngтра­пе­ции http://sdamgia.ru/formula/7b/7b0ad19f3d3eef6ef3c0c8794c985901p.png, про­хо­дит через точку пе­ре­се­че­ния диа­го­на­лей тра­пе­ции и пе­ре­се­ка­ет ее бо­ко­вые сто­ро­ны http://sdamgia.ru/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9p.pngи http://sdamgia.ru/formula/41/4170acd6af571e8d0d59fdad999cc605p.pngв точ­ках http://sdamgia.ru/formula/3a/3a3ea00cfc35332cedf6e5e9a32e94dap.pngи http://sdamgia.ru/formula/43/433e53f50d647e039aac4cb769c6ab10p.pngсо­от­вет­ствен­но. Най­ди­те длину от­рез­ка http://sdamgia.ru/formula/2c/2c9b682412689d6723e3b31653b5774cp.png, если http://sdamgia.ru/formula/6a/6a7d16e0cabac25568681d3da99fd265p.png, http://sdamgia.ru/formula/e1/e157eb58d1203e565220805f44bc6778p.png.

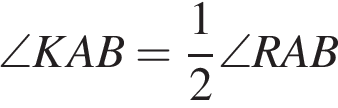
**Четырёхугольники**

**10. За­да­ние 24 № 311717.** Каж­дое ос­но­ва­ние http://sdamgia.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1p.pngи http://sdamgia.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508dp.pngтра­пе­ции http://sdamgia.ru/formula/cb/cb08ca4a7bb5f9683c19133a84872ca7p.pngпро­дол­же­но в обе сто­ро­ны. Бис­сек­три­сы внеш­них углов http://sdamgia.ru/formula/ea/ea35ae0312e060767f0b03626c3de356p.pngи http://sdamgia.ru/formula/5d/5df9a408a732b064842bff0b1b6aa0d6p.pngэтой тра­пе­ции пе­ре­се­ка­ют­ся в точке http://sdamgia.ru/formula/d9/d9781f41e6e37cb88fc2f7a2667a7afdp.png, бис­сек­три­сы внеш­них углов http://sdamgia.ru/formula/0d/0d61f8370cad1d412f80b84d143e1257p.pngи http://sdamgia.ru/formula/f6/f623e75af30e62bbd73d6df5b50bb7b5p.pngпе­ре­се­ка­ют­ся в точке http://sdamgia.ru/formula/3a/3a3ea00cfc35332cedf6e5e9a32e94dap.png. Най­ди­те пе­ри­метр тра­пе­ции http://sdamgia.ru/formula/cb/cb08ca4a7bb5f9683c19133a84872ca7p.png, если длина от­рез­ка http://sdamgia.ru/formula/51/518f4a738816e5ef78463929ef311f26p.pngравна 28.

**Ре­ше­ние.**

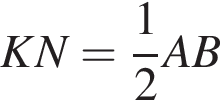
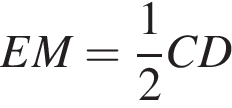
Углы http://sdamgia.ru/formula/8c/8cfa572165b8511b558229940c5d8fbdp.pngи http://sdamgia.ru/formula/d3/d37410ebf7b297fc8066d0f44e642853p.png— од­но­сто­рон­ние при па­рал­лель­ных пря­мых http://sdamgia.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1p.pngи http://sdamgia.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508dp.pngи се­ку­щей http://sdamgia.ru/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9p.png. Зна­чит их сумма равна 180°.

http://sdamgia.ru/formula/3b/3b16c9d4c4c856ce7fff405e3b6c43abp.png— бис­сек­три­са угла http://sdamgia.ru/formula/8c/8cfa572165b8511b558229940c5d8fbdp.png; .

http://sdamgia.ru/formula/63/631de3eab18d35e667a73157e91a8aa6p.png— бис­сек­три­са угла http://sdamgia.ru/formula/d3/d37410ebf7b297fc8066d0f44e642853p.png; .

Тогда сумма углов http://sdamgia.ru/formula/dd/dd66038e9d58f77cfa685987f815badbp.pngи http://sdamgia.ru/formula/73/73663b3bbe5aaccd7ed75c4a51c5bb6ap.pngравна 90°, зна­чит тре­уголь­ник http://sdamgia.ru/formula/73/73663b3bbe5aaccd7ed75c4a51c5bb6ap.png— пря­мо­уголь­ный. Ана­ло­гич­но, тре­уголь­ник http://sdamgia.ru/formula/08/085aed3f5be3c71f9c1217deb1a28bcbp.png— пря­мо­уголь­ный. Точки http://sdamgia.ru/formula/d9/d9781f41e6e37cb88fc2f7a2667a7afdp.pngи http://sdamgia.ru/formula/3a/3a3ea00cfc35332cedf6e5e9a32e94dap.png— точки пе­ре­се­че­ния бис­сек­трис внеш­них углов тра­пе­ции http://sdamgia.ru/formula/cb/cb08ca4a7bb5f9683c19133a84872ca7p.png, зна­чит, http://sdamgia.ru/formula/a2/a2780cb6b8ff6ef086d4025893f4b654p.pngи http://sdamgia.ru/formula/3a/3a3ea00cfc35332cedf6e5e9a32e94dap.png— рав­но­уда­ле­ны от па­рал­лель­ных пря­мых http://sdamgia.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1p.pngи http://sdamgia.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508dp.png. (Точка http://sdamgia.ru/formula/a2/a2780cb6b8ff6ef086d4025893f4b654p.pngрав­но­уда­ле­на от сто­рон угла http://sdamgia.ru/formula/e3/e346fa0e2b50e0af8a50d155496d6cedp.pngи http://sdamgia.ru/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9p.png, и рав­но­уда­ле­на от сто­рон угла http://sdamgia.ru/formula/7a/7a949d970b81d42668543a71d5406d43p.pngи http://sdamgia.ru/formula/36/36fb81539768d678527f9929625716b7p.png, т. к. лежит на бис­сек­три­сах со­от­вет­ству­ю­щих углов).

Таким об­ра­зом, пря­мая http://sdamgia.ru/formula/51/518f4a738816e5ef78463929ef311f26p.pngпа­рал­лель­на пря­мым http://sdamgia.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1p.pngи http://sdamgia.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508dp.png, и по тео­ре­ме Фа­ле­са точки http://sdamgia.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04acp.pngи http://sdamgia.ru/formula/8d/8d9c307cb7f3c4a32822a51922d1ceaap.png, се­ре­ди­ны сто­рон http://sdamgia.ru/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9p.pngи http://sdamgia.ru/formula/41/4170acd6af571e8d0d59fdad999cc605p.pngи http://sdamgia.ru/formula/94/943afaf25ac17fe7bc39fdaae916e3a4p.png— сред­няя линия тра­пе­ции (по опре­де­ле­нию).

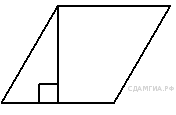
Из пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка http://sdamgia.ru/formula/73/73663b3bbe5aaccd7ed75c4a51c5bb6ap.png, (http://sdamgia.ru/formula/aa/aa2b36dabd254260f584015a9e0c5c98p.png — ме­ди­а­на, про­ве­ден­ная к ги­по­те­ну­зе). Из пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка http://sdamgia.ru/formula/f8/f8e054e3416de72e874492e25c38b3ecp.png, (http://sdamgia.ru/formula/9e/9ee9d85a86f0118c40ba2385bb314fd7p.png — ме­ди­а­на, про­ве­ден­ная к ги­по­те­ну­зе. http://sdamgia.ru/formula/68/6806b40ba9ed6123432c53a07af7bd05p.png

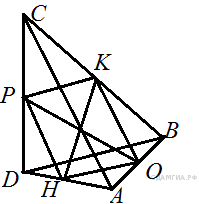
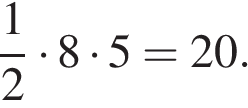
Зна­чит, пе­ри­метр тра­пе­ции http://sdamgia.ru/formula/cb/cb08ca4a7bb5f9683c19133a84872ca7p.pngравен 56.

Ответ: 56.

Источник: Проб­ный экзамен. Санкт-Петербург — 2013, ва­ри­ант 1.

**11. За­да­ние 24 № 311712.** Най­ди­те пло­щадь вы­пук­ло­го четырёхуголь­ни­ка с диа­го­на­ля­ми 8 и 5, если от­рез­ки, со­еди­ня­ю­щие се­ре­ди­ны его про­ти­во­по­лож­ных сто­рон, равны.

**Ре­ше­ние.**

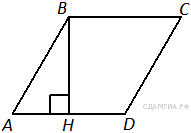
Пусть http://sdamgia.ru/formula/cb/cb08ca4a7bb5f9683c19133a84872ca7p.png— дан­ный четырёхуголь­ник, http://sdamgia.ru/formula/f1/f186217753c37b9b9f958d906208506ep.png— се­ре­ди­на сто­ро­ны http://sdamgia.ru/formula/7f/7f61dd86dedab5c87d847f72e5527b2ep.png— се­ре­ди­на сто­ро­ны http://sdamgia.ru/formula/8e/8e0bee7f80e350f69224b53201fe5ff6p.png— се­ре­ди­на сто­ро­ны http://sdamgia.ru/formula/41/41000bf144fc887596970330797621e1p.png— се­ре­ди­на сто­ро­ны http://sdamgia.ru/formula/03/03895f91b58717b678dd94bd941d7a72p.png. Про­ведём диа­го­на­ли http://sdamgia.ru/formula/41/4144e097d2fa7a491cec2a7a4322f2bcp.pngи http://sdamgia.ru/formula/87/87a47565be4714701a8bc2354cbaea36p.pngи от­рез­ки http://sdamgia.ru/formula/81/81440aada5c4a7027e8c6860ae768444p.pngи http://sdamgia.ru/formula/39/3969dc7ec85ba96faa4cc7c446f7401cp.png, по­сле­до­ва­тель­но со­еди­ня­ю­щие се­ре­ди­ны сто­рон четырёхуголь­ни­ка. Тогда, по свой­ству сред­ней линии тре­уголь­ни­ка, от­рез­ки http://sdamgia.ru/formula/e0/e0aa021e21dddbd6d8cecec71e9cf564p.pngи http://sdamgia.ru/formula/a2/a25496ebf095e4198da4088449c83ac6p.pngпа­рал­лель­ны диа­го­на­ли http://sdamgia.ru/formula/41/4144e097d2fa7a491cec2a7a4322f2bcp.pngи равны её по­ло­ви­не, а от­рез­ки http://sdamgia.ru/formula/da/da2be3f8b1640de6534fea0e9744cccbp.pngи http://sdamgia.ru/formula/39/3969dc7ec85ba96faa4cc7c446f7401cp.pngпа­рал­лель­ны диа­го­на­ли http://sdamgia.ru/formula/87/87a47565be4714701a8bc2354cbaea36p.pngи равны её по­ло­ви­не. По­это­му http://sdamgia.ru/formula/6a/6afc7026b049ab4cde55bfa1b1431a07p.png— па­рал­ле­ло­грамм. А так как, по усло­вию за­да­чи, его диа­го­на­ли http://sdamgia.ru/formula/fd/fd7030716334c4db5a83bbbc0f7c7f6fp.pngи http://sdamgia.ru/formula/74/7457cdd15d09bfc6c4dbb5d2b6f87390p.pngравны, то http://sdamgia.ru/formula/6a/6afc7026b049ab4cde55bfa1b1431a07p.png— пря­мо­уголь­ник, и угол http://sdamgia.ru/formula/9c/9ca94d2441b928dc7b07928533002bd2p.png— пря­мой. От­сю­да сле­ду­ет, что и угол между диа­го­на­ля­ми http://sdamgia.ru/formula/41/4144e097d2fa7a491cec2a7a4322f2bcp.pngи http://sdamgia.ru/formula/87/87a47565be4714701a8bc2354cbaea36p.pngтоже пря­мой, и, сле­до­ва­тель­но, пло­щадь четырёхуголь­ни­ка http://sdamgia.ru/formula/cb/cb08ca4a7bb5f9683c19133a84872ca7p.pngбудет равна по­ло­ви­не про­из­ве­де­ния его диа­го­на­лей, то есть 

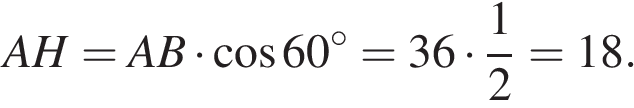
Ответ: 20.

Источник: Тре­ни­ро­воч­ные работы. Ир­кутск — 2013, ва­ри­ант 3.

**12. За­да­ние 24 № 314825.** Сто­ро­на ромба равна 36, а ост­рый угол равен 60°. Вы­со­та ромба, опу­щен­ная из вер­ши­ны ту­по­го угла, делит сто­ро­ну на два от­рез­ка. Ка­ко­вы длины этих от­рез­ков?

**Ре­ше­ние.**

Введём обо­зна­че­ния, как по­ка­за­но на ри­сун­ке. Тре­уголь­ник *ABH* — пря­мо­уголь­ный, в нём угол *A* равен 60°. Тогда от­ре­зок *AH* можно найти по фор­му­ле:

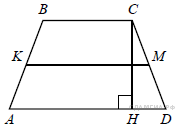


Найдём от­ре­зок *HD*:

http://sdamgia.ru/formula/2e/2e6374305339b8c8144cfd6e97fd9440p.png

Ответ: 18.

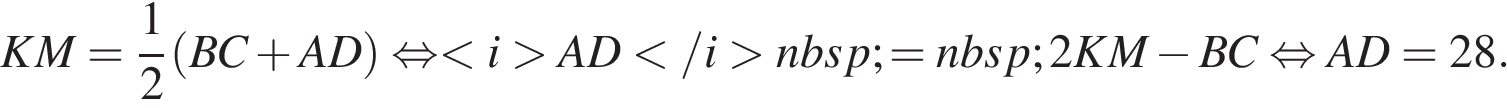
Источник: Банк за­да­ний ФИПИ

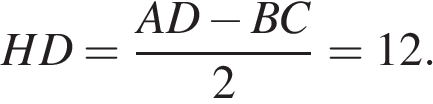


**13. За­да­ние 24 № 128.** В тра­пе­ции *АВСD* бо­ко­вые сто­ро­ны *AB* и *CD* равны, *CH* — вы­со­та, про­ведённая к боль­ше­му ос­но­ва­нию *AD*. Най­ди­те длину от­рез­ка *HD*, если сред­няя линия *KM* тра­пе­ции равна 16, а мень­шее ос­но­ва­ние *BC* равно 4.

**Ре­ше­ние.**

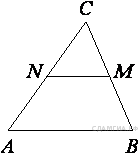
Так как *AB* = *CD*, то тра­пе­ция яв­ля­ет­ся рав­но­бед­рен­ной. Опу­стим пер­пен­ди­ку­ляр *BL* из точки *B* на боль­шее ос­но­ва­ние *AD*. Пря­мо­уголь­ные тре­уголь­ни­ки ABL и CHD равны по ги­по­те­ну­зе и при­ле­жа­ще­му остро­му углу, по­это­му *AL* = *HD*. Сред­няя линия равна по­лу­сум­ме ос­но­ва­ний:



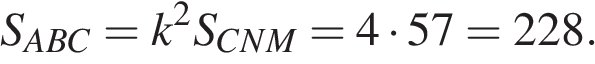
Так как от­рез­ки AL=HD, то http://sdamgia.ru/formula/5b/5b4eb10daac476fa0ffbf91e93a9d5c1p.png, зна­чит, 

Ответ: *HD* = 12.

Источник: ГИА по ма­те­ма­ти­ке 28.05.2013. Ос­нов­ная волна. Ва­ри­ант 1309.

**14. За­да­ние 24 № 339511.** В тре­уголь­ни­ке *ABC* от­ме­че­ны се­ре­ди­ны *M* и *N* сто­рон *BC* и *AC* со­от­вет­ствен­но. Пло­щадь тре­уголь­ни­ка *CNM* равна 57. Най­ди­те пло­щадь четырёхуголь­ни­ка *ABMN*.

**Ре­ше­ние.**

По­сколь­ку http://sdamgia.ru/formula/94/943afaf25ac17fe7bc39fdaae916e3a4p.png— сред­няя линия тре­уголь­ни­ка http://sdamgia.ru/formula/14/14b1ad51ec1c47b47bee445bd306a51bp.pnghttp://sdamgia.ru/formula/65/6509a520096ea70e2b42813ba8ac49aep.pnghttp://sdamgia.ru/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9p.pngи http://sdamgia.ru/formula/ec/ec660a3250415856da32e6441d61ae62p.pngРас­смот­рим тре­уголь­ни­ки http://sdamgia.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932p.pngи http://sdamgia.ru/formula/d1/d1b3138cceaabeeaab6373710f4c1dd0p.pngуглы http://sdamgia.ru/formula/99/99af4b35025ee929991044912bf9d2cbp.pngи http://sdamgia.ru/formula/ac/ac4a6b385d74792d45100caab953c132p.pngравны как со­от­вет­ству­ю­щие углы при па­рал­лель­ных пря­мых, угол http://sdamgia.ru/formula/0d/0d61f8370cad1d412f80b84d143e1257p.png— общий, сле­до­ва­тель­но, эти тре­уголь­ни­ки по­доб­ны. От­ку­да ко­эф­фи­ци­ент по­до­бия Пло­ща­ди по­доб­ных фигур со­от­но­сят­ся как квад­рат ко­эф­фи­ци­ен­та по­до­бия, по­это­му Найдём пло­щадь четрыёхуголь­ни­ка http://sdamgia.ru/formula/cc/ccdb0cdb71fb72528461617a07455cc5p.png

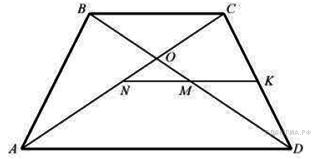
http://sdamgia.ru/formula/6e/6e8f3487bc39e48860effda7f5744d44p.png

Ответ: 171.

**16. За­да­ние 24 № 311860.** Ос­но­ва­ния тра­пе­ции равны 16 и 34. Най­ди­те от­ре­зок, со­еди­ня­ю­щий се­ре­ди­ны диа­го­на­лей тра­пе­ции.

**Ре­ше­ние.**

Пусть в тра­пе­ции *ABCD* с ос­но­ва­ни­я­ми *BC = 16* и *AD = 34*. Обо­зна­чим се­ре­ди­ну диа­го­на­ли*AC* через *N*, се­ре­ди­ну диа­го­на­ли *BD* через *M*, а се­ре­ди­ну сто­ро­ны *CD* через *K*.



Тогда*NK* — сред­няя линия тре­уголь­ни­ка *ACD, MK* — сред­няя линия тре­уголь­ни­ка *BCD*. Зна­чит, точки *N, M* и *K* лежат на одной пря­мой, и *NM = NK − MK = 9.*

Ответ: 9.

Источник: МИОО: Ди­а­гно­сти­че­ская ра­бо­та по ма­те­ма­ти­ке 01.10.2013 ва­ри­ант МА90106.

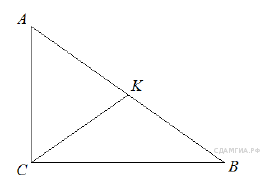
**17. За­да­ние 24 № 316359.** Бис­сек­три­са угла *A* па­рал­ле­ло­грам­ма http://sdamgia.ru/formula/cb/cb08ca4a7bb5f9683c19133a84872ca7p.pngпе­ре­се­ка­ет его сто­ро­ну http://sdamgia.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508dp.pngв точке http://sdamgia.ru/formula/09/096b5dbdd0efe5fdefa4e357e9a7225cp.pngНай­ди­те пло­щадь па­рал­ле­ло­грам­ма http://sdamgia.ru/formula/62/62998849b60e107f9c015888d7338525p.pngесли http://sdamgia.ru/formula/2a/2adf3cf14821b5334bf6015d354f0593p.pnghttp://sdamgia.ru/formula/5d/5d5466e9034f578983f5ef742ef0f9dfp.pngа http://sdamgia.ru/formula/c1/c192eb65149da1b3df1c66a024812c10p.png

**Треугольники**

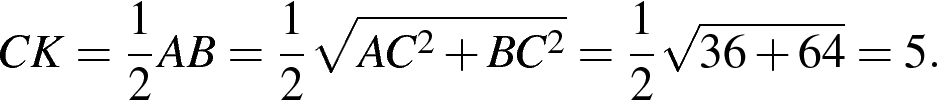
**1. За­да­ние 24 № 50.** В пря­мо­уголь­ном тре­уголь­ни­ке http://sdamgia.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932p.pngс пря­мым углом http://sdamgia.ru/formula/0d/0d61f8370cad1d412f80b84d143e1257p.pngиз­вест­ны ка­те­ты:

http://sdamgia.ru/formula/14/147f7b1e7f3c4a497a7a089146eeb058p.png, http://sdamgia.ru/formula/7f/7f05d03a26cab7214d6955f3cf66d57ep.png. Най­ди­те ме­ди­а­ну http://sdamgia.ru/formula/53/534ac75c2e8ac3e3fe7bc32bb8c6e34ap.pngэтого тре­уголь­ни­ка.

**Ре­ше­ние.**



Ме­ди­а­на, про­ве­ден­ная к ги­по­те­ну­зе, равна её по­лов­ние:

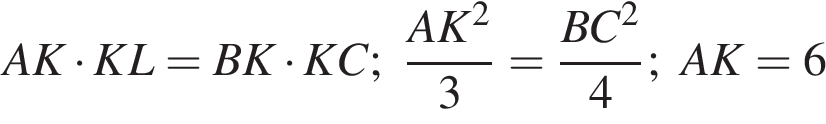


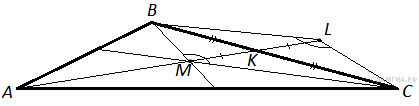
Ответ: 5.

Источник: Де­мон­стра­ци­он­ная вер­сия ГИА—2013 по математике.

**2. За­да­ние 24 № 311714.** Ме­ди­а­ны тре­уголь­ни­ка http://sdamgia.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932p.pngпе­ре­се­ка­ют­ся в точке http://sdamgia.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04acp.png. Най­ди­те длину ме­ди­а­ны, про­ведённой к сто­ро­не http://sdamgia.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508dp.png, если угол http://sdamgia.ru/formula/bc/bcf30d7f4abd7593b752cacd38ff491cp.pngравен 47°, угол http://sdamgia.ru/formula/39/396262ee936f3d3e26ff0e60bea6cae0p.pngравен 133°, .

**Ре­ше­ние.**

Обо­зна­чим се­ре­ди­ну сто­ро­ны http://sdamgia.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508dp.pngза http://sdamgia.ru/formula/a2/a2780cb6b8ff6ef086d4025893f4b654p.png. Про­длим http://sdamgia.ru/formula/fb/fbd1e7ba9564863b88d5c43cb833afafp.pngна свою длину за точку http://sdamgia.ru/formula/a2/a2780cb6b8ff6ef086d4025893f4b654p.pngдо точки http://sdamgia.ru/formula/d2/d20caec3b48a1eef164cb4ca81ba2587p.png. Четырёхуголь­ник http://sdamgia.ru/formula/d6/d670d5d887fefcb878a8cc9d6467d3c4p.png— па­рал­ле­ло­грамм, по­то­му что http://sdamgia.ru/formula/41/41c386b528aa082aa4352f91ecf1ceafp.pngи http://sdamgia.ru/formula/16/166ace4728420d8b55efb17c31d22befp.png. Зна­чит, http://sdamgia.ru/formula/b0/b0fce5ca4ab66e02c3ca40886539dcbfp.png= 133°, по­это­му четырёхуголь­ник http://sdamgia.ru/formula/49/49033c1ee16c16db23f64062a850c143p.png— впи­сан­ный. Тогда .

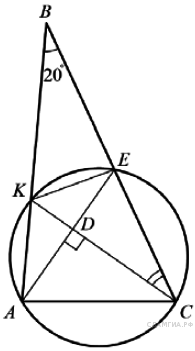
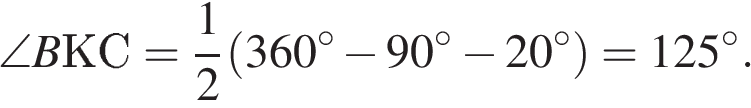


Ответ: 6.

Источник: Проб­ные варианты. Мос­ков­ская область — 2013, ва­ри­ант 2.

**3. За­да­ние 24 № 311240.** Окруж­ность про­хо­дит через вер­ши­ны *А* и *С* тре­уголь­ни­ка *АВС* и пе­ре­се­ка­ет его сто­ро­ны *АВ* и *ВС* в точ­ках *К* и *Е* со­от­вет­ствен­но. От­рез­ки *АЕ* и *СК* пер­пен­ди­ку­ляр­ны. Най­ди­те ∠*КСВ*, если ∠*АВС* = 20°.

**Ре­ше­ние.**

Углы *АКС* и *АЕС* равны, т. к. опи­ра­ют­ся на одну дугу окруж­но­сти; сле­до­ва­тель­но, ∠*ВКС* = ∠*ВЕА*, как смеж­ные с ними. Из четырёхуголь­ни­ка *ВКDЕ*: Из http://sdamgia.ru/formula/17/176848afabe6f93c3e23a470037ab74fp.png*ВКС*: ∠*КСВ* = 180° − 125° − 20° = 35°.

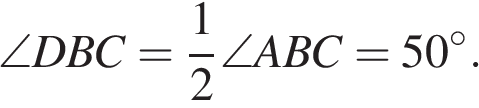
Ответ: 35°.

**4. За­да­ние 24 № 154.** В тре­уголь­ни­ке *АВС* углы *А* и *С* равны 20° и 60° со­от­вет­ствен­но. Най­ди­те угол между вы­со­той *ВН* и бис­сек­три­сой *BD*.

**Ре­ше­ние.**

Най­дем http://sdamgia.ru/formula/6a/6a769ec9f850e101e2b430e05d5ad0a1p.png

http://sdamgia.ru/formula/73/7367ea5e9fcebbb628b58de76e631b44p.png

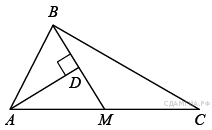
Так как BD - бис­сек­три­са, то 

Тре­уголь­ник HBC- пря­мо­уголь­ный. Так как http://sdamgia.ru/formula/6b/6b0aa05695cdae1319bbd896cb71c389p.pngто http://sdamgia.ru/formula/80/80385c3f81f39189f69bfdb70e21478bp.png

Таким об­ра­зом, ис­ко­мый угол DBH равен http://sdamgia.ru/formula/33/33407641bfbc32b58daaad9c874f197dp.png

Ответ: http://sdamgia.ru/formula/dc/dcea84164c68926a226d878aa05ec447p.png

Источник: ГИА по ма­те­ма­ти­ке 28.05.2013. Ос­нов­ная волна. Ва­ри­ант 1313.



**5. За­да­ние 24 № 180.** Пря­мая *AD*, пер­пен­ди­ку­ляр­ная ме­ди­а­не *ВМ* тре­уголь­ни­ка *АВС*, делит её по­по­лам. Най­ди­те сто­ро­ну *АС*, если сто­ро­на *АВ* равна 4.

**Ре­ше­ние.**

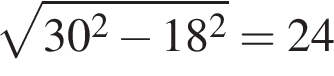
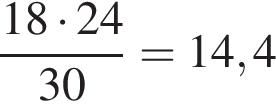
Так как вы­со­та AD, про­ве­ден­ная к ме­ди­а­не BM делит ее по­по­лам, то тре­уголь­ник ABM яв­ля­ет­ся рав­но­бед­рен­ным, по­это­му AB=AM=4. Так как BM- ме­ди­а­на, то AM=MC, таким об­ра­зом, AC=2AM=8.

Ответ: AC=8.

Источник: ГИА по ма­те­ма­ти­ке 28.05.2013. Ос­нов­ная волна. Ва­ри­ант 1317.

**6. За­да­ние 24 № 333025.** Катет и ги­по­те­ну­за пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка равны 18 и 30. Най­ди­те вы­со­ту, про­ведённую к ги­по­те­ну­зе.

**Ре­ше­ние.**

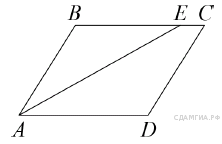
По тео­ре­ме Пи­фа­го­ра вто­рой катет равен . С одной сто­ро­ны, пло­щадь тре­уголь­ни­ка равна по­ло­ви­не про­из­ве­де­ния ка­те­тов, а с дру­гой сто­ро­ны, она равна по­ло­ви­не про­из­ве­де­ния ги­по­те­ну­зы на вы­со­ту, про­ведённую к ней. Сле­до­ва­тель­но, ис­ко­мая вы­со­та равна .

Ответ: 14,4.

Источник: МИОО: Ди­а­гно­сти­че­ская ра­бо­та по ма­те­ма­ти­ке 17.04.2014 ва­ри­ант МА90601

**7. За­да­ние 24 № 339395.** Точка *H* яв­ля­ет­ся ос­но­ва­ни­ем вы­со­ты *BH*, про­ведённой из вер­ши­ны пря­мо­го угла *B* пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка *ABC*. Окруж­ность с диа­мет­ром *BH* пе­ре­се­ка­ет сто­ро­ны *AB* и *CB* в точ­ках *P* и *K* со­от­вет­ствен­но. Най­ди­те *PK*, если *BH* = 16.

**Ре­ше­ние.**

На­крест ле­жа­щие углы http://sdamgia.ru/formula/16/16274d31b6d6842aab79884d51b54ff4p.pngи http://sdamgia.ru/formula/97/97ddf2c9f6426db2233a05dd22e6deb0p.pngравны, http://sdamgia.ru/formula/ea/ea8a1a99f6c94c275a58dcd78f418c1fp.png— бис­сек­три­са угла http://sdamgia.ru/formula/8f/8f9de9a58e0e604c91dc99a81a30b718p.pngсле­до­ва­тель­но,

http://sdamgia.ru/formula/0e/0ef4c669608e7e68bebfbb6c7d4df2bfp.png

Зна­чит, тре­уголь­ник http://sdamgia.ru/formula/16/16274d31b6d6842aab79884d51b54ff4p.pngрав­но­бед­рен­ный и http://sdamgia.ru/formula/96/96f68c592aa2aee3af7218e6c2410001p.png

По фор­му­ле пло­ща­ди па­рал­ле­ло­грам­ма на­хо­дим



Ответ: 35.

Источник: МИОО: Тре­ни­ро­воч­ная ра­бо­та по ма­те­ма­ти­ке 19.02.2014 ва­ри­ант МА90501.