Тема: «Арифметическая и геометрическая прогрессии»

1. Основные сведения

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Арифметическая прогрессия $\left(a\_{n}\right)$ – числовой ряд, в котором каждый следующий член $a\_{n+1}$ отличается от предыдущего, начиная со второго, на одну и ту же величину *d*, называемую разностью арифметической прогрессии:$a\_{n+1}=a\_{n}+d$ (рекуррентная формула) | 3. Геометрическая прогрессия $\left(b\_{n}\right)$ – числовой ряд, в котором каждый следующий член $b\_{n+1}$ отличается от предыдущего в *q* раз (*q* – знаменатель геометрической прогрессии):$b\_{n+1}=b\_{n}∙q$(*q* ≠ 0, *q* ≠ 1, $b\_{1}\ne 0$) (рекуррентная формула) |
| 2. Основные формулы:$a\_{n}=a\_{1}+d\left(n-1\right)$ – формула *п*-го члена.$S\_{n}=\frac{a\_{1}+a\_{n}}{2}∙n=\frac{2a\_{1}+d\left(n-1\right)}{2}∙n$ *–* формула суммы *п* первых членов арифметической прогрессии.$a\_{n}=\frac{a\_{n-1}+a\_{n+1}}{2}$ - характеристическое свойство А.П. | 4. Основные формулы:$b\_{n}=b\_{1}∙q^{n-1}$ – формула *п*-го члена.$S\_{n}=\frac{b\_{1}\left(q^{n}-1\right)}{q-1}$ – формула суммы *п* первых членов геометрической прогрессии.$S=\frac{b\_{1}}{1-q}$ – формула суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии $\left(\left|q\right|<1\right)$.$b\_{n}=\sqrt{b\_{n-1}∙b\_{n+1}}$ – характеристическое свойство Г.П. |
| *\*п* – номер члена числового ряда, принимает только натуральные значения (1, 2, 3, 4, …). |

2. Примеры

|  |  |
| --- | --- |
| Найдите 50-ый член арифметической прогрессии $\left(a\_{n}\right)$, если $a\_{1}=$–4, *d* = $\frac{1}{7}$. | Найдите 9-ый член геометрической прогрессии $\left(b\_{n}\right)$, если $b\_{n}=\frac{1}{2}, q=2$. |
| $a\_{n}=a\_{1}+d\left(n-1\right)$;$a\_{50}=-4+\frac{1}{7}∙\left(50-1\right)= -4+7=3$.Ответ: $a\_{50}=3$. | $b\_{n}=b\_{1}∙q^{n-1}$;$b\_{9}=\frac{1}{2}∙2^{9-1}=\frac{2^{8}}{2}=2^{7}=128$.Ответ: $b\_{9}=128$. |
| Найдите первый положительный член арифметической прогрессии $\left(a\_{n}\right)$, если $a\_{1}=$–100, *d* = $2$. Какой у него номер? | Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если $b\_{5}=36, b\_{7}=12$. |
| $a\_{n}=a\_{1}+d\left(n-1\right)$;$ a\_{n}>0$ $-100+2\left(n-1\right)>0;$$2n>100+2$;$n>51$ ⇒ первый положительный член – 52-ой.$a\_{52}=-100+2\left(52-1\right)=2$.Ответ: $a\_{52}=2$. | $b\_{n+1}=b\_{n}∙q$;$b\_{7}=b\_{5}∙q^{2}$;$q^{2}=\frac{b\_{7}}{b\_{5}}$; $q^{2}=\frac{12}{36}$; $q^{2}=\frac{1}{3}$; $\left[\begin{array}{c}q=\frac{\sqrt{3}}{3}; \\q=-\frac{\sqrt{3}}{3}.\end{array}\right.$ Ответ: $q=\frac{\sqrt{3}}{3} или q=-\frac{\sqrt{3}}{3}$. |
| Сколько членов в арифметической прогрессии, если $S\_{n}=-575, a\_{1}=13, d=3$. |  |
| $S\_{n}=\frac{2a\_{1}+d\left(n-1\right)}{2}∙n$;$-575=\frac{2∙13-3\left(n-1\right)}{2}∙n$;$-1150=(26-3n+3)∙n$;$3n^{2}-29n-1150=0$;$$\left[\begin{array}{c}n=25; \\n=-15\frac{1}{3}- не удовл.опр.А.П.\end{array}\right.$$Ответ: в арифметической прогрессии 25 членов. |  |

3. Задачи

1) Сколько нужно сложить последовательных натуральных чисел, начиная с 25, чтобы их сумма равнялась 196?

2) Сколько нужно сложить последовательных нечетных натуральных чисел, начиная с 11, чтобы их сумма равнялась 96?

3) Между числами 6 и -3,6 вставьте семь чисел так, чтобы получилась арифметическая прогрессия.

4) Между числами 2 и $-18\sqrt{2}$ вставьте четыре числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия.

5) При каком положительном значении х последовательность чисел 3х, 7-х, 5х+7 является геометрической прогрессией?

6) Между числами -2 и -32 вставьте три числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия?

7) Сумма первых четырех членов геометрической прогрессии равна -40, знаменатель прогрессии равен -3. Найдите сумму первых восьми членной этой прогрессии.

8) Найдите сумму первых восьми членов геометрической прогрессии, второй член которой равен 6, а четвертый равен 24.